1. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 61kg ③ 62kg ④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore \ x = 320(\mathrm{kg})$$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$$\frac{320}{5} = 64(\mathrm{kg})$$ 이다.

2. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

3. 다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots$ ㉠

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$ ㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

4. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

① C>A=B ② A>B=C ③ C>A>B
④ B>C>A ⑤ A=B=C

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

5. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22　　② 24　　③ 26　　④ 28　　⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

6. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

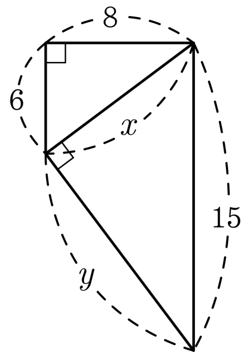
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

7. 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x = 10$, $y = 5\sqrt{5}$　　② $x = 5\sqrt{5}$, $y = 10$

③ $x = 10$, $y = 8$　　④ $x = 5\sqrt{2}$, $y = 5\sqrt{5}$

⑤ $x = 10$, $y = 10$

해설

위 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이고,

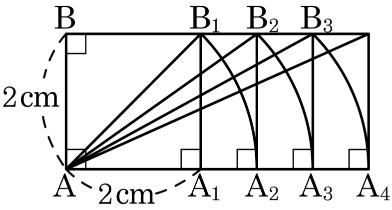
아래 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$y^2 + x^2 = y^2 + 10^2 = 15^2$

$y^2 = 15^2 - 10^2 = 125$

$y > 0$ 이므로 $y = 5\sqrt{5}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 □AA_1B_1B 는 한 변의 길이가 2cm 인 정사각형이고, 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

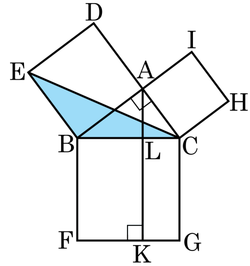
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 2\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$

9. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 보기에서 모두 찾아 기호로 써라.



보기

㉠ $\triangle ABL$	㉡ $\triangle ALC$	㉢ $\triangle ABF$
㉣ $\triangle EBA$	㉤ $\triangle BLF$	㉥ $\triangle ACH$
㉦ $\triangle LKG$	㉧ $\triangle ACH$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

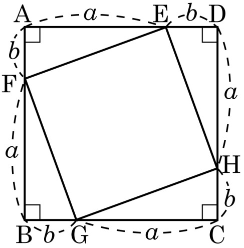
▷ 정답 : ㉤

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 찾아보면

$\triangle EBA$, $\triangle ABF$, $\triangle BLF$ 이다.

10. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?



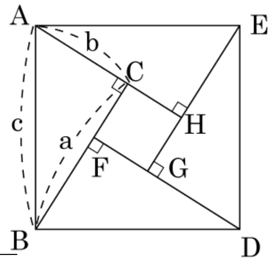
① $\sqrt{29}\,\text{cm}^2$ ② $29\,\text{cm}^2$ ③ $2\sqrt{30}\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $31\,\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF} = \sqrt{29} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $29\,\text{cm}^2$ 이다.

11. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정이다. 밑줄에 들어갈 것으로 알맞은 것은?



> 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE 를 만든다.
>
> ________________
>
> 따라서 □ABDE의 넓이에서
>
> □ABDE $=4\triangle$ABC $+$ □CFGH
>
> $c^2=4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2=a^2+b^2$

① □ABDE는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

② □ABDE는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

③ □CFGH는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

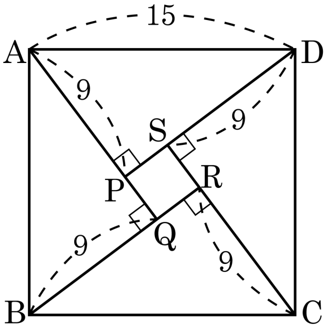
④ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 마름모가 된다.

⑤ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

해설

> 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든다.
>
> <u>□CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.</u>
>
> 따라서 □ABDE의 넓이에서
>
> □ABDE $=4\triangle$ABC $+$ □CFGH
>
> $c^2=4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2=a^2+b^2$

12. □ABCD 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, □PQRS 의 넓이로 적절한 것은?



① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 11

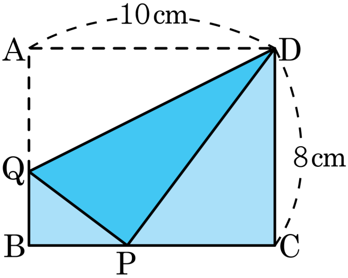
해설

$\overline{AQ} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$

$\overline{PQ} = 12 - 9 = 3$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $3 \times 3 = 9$

13. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 10cm , 세로의 길이가 8cm 인 직사각형을 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접었다. 이 때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\qquad$ cm²

▷ 정답 : 25 cm²

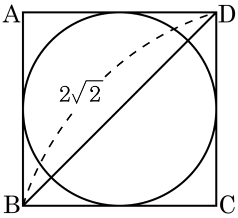
해설

$\triangle DPC$ 에서 $\overline{PC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

$\overline{AQ}$ 를 x 라고 하면, $\triangle QBP$ 에서 $\overline{QB} = 8 - x$, $\overline{BP} = 4$, $\overline{QP} = x$, $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, $x = 5$

$\overline{QP} = 5\text{cm}$, $\overline{DP} = 10\text{cm}$, $\triangle QPD = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형에 내접하는 원의 넓이는?



① 8π ② 6π ③ 4π

④ 2π ⑤ π

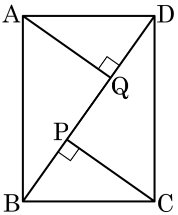
해설

$\overline{BD} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이므로 $\overline{BC} = 2$

즉 원의 지름이 2 이므로 반지름은 1

따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발이 $\overline{BD}$ 3세 등분하고 수선의 발이 대각선 $\overline{BD}$와 만나는 점을 각각 Q, P 라고 한다. $\overline{BD}=15$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}$

해설

$\triangle BPC$ 와 $\triangle BCD$ 가 닮음이므로

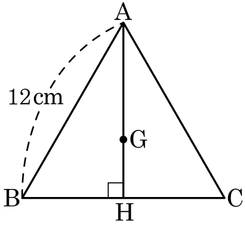
$\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{BP}:\overline{BC}$에서 $\overline{BP}\times\overline{BD}=\overline{BC}^2$ 이다.

또한 점 P, Q는 $\overline{BD}$를 삼등분하므로

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{DQ}=5$이다.

따라서 $5\times 15=75=\overline{BC}^2$, $\overline{BC}=5\sqrt{3}$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 12 cm 인 정삼각형이고 점 G 는 무게중심이다. $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



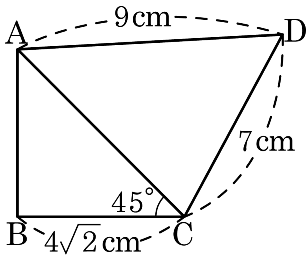
① $\sqrt{3}$ cm
② $2\sqrt{3}$ cm
③ $3\sqrt{3}$ cm
④ $4\sqrt{3}$ cm
⑤ $5\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AG} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

17. 다음 그림에서 $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\sqrt{5}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$

$\overline{AC} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8(\mathrm{cm})$

점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\overline{AH} = x$ 라 하면

$\overline{CH} = 8 - x$

$\overline{DH}^2 = 9^2 - x^2 = 7^2 - (8 - x)^2$

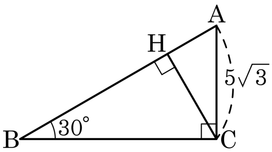
$16x = 96$

$\therefore\ x = 6$

$\overline{DH} = \sqrt{81 - 36} = 3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ACD$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{5} =$ $12\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $\dfrac{5\sqrt{10}}{2}$ ② $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{15}{4}$

④ $\dfrac{15}{2}$ ⑤ $\dfrac{15}{2}\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} = 5\sqrt{3} : \overline{BC}$

$\therefore\ \overline{BC} = 15$

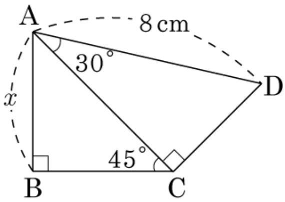
$\overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2 = 5\sqrt{3} : \overline{AB}$

$\therefore\ \overline{AB} = 10\sqrt{3}$

$\triangle$ABC 에서 $10\sqrt{3} \times \overline{CH} \times \dfrac{1}{2} = 15 \times 5\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2}$

따라서 $\overline{CH} = \dfrac{15}{2}$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\angle ACB = 45°$, $\angle CAD = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$ cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$2 : \sqrt{3} = 8 : \overline{AC}$, $2\overline{AC} = 8\sqrt{3}$

$\overline{AC} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로

$x : 4\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$, $\sqrt{2}x = 4\sqrt{3}$

$$\therefore\ x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})$$

20. 좌표평면 위의 두 점 A, B 의 좌표는 다음과 같다. 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때 알맞은 a 의 값을 모두 고르면?

$\mathrm{A}(3,\ 2a+2),\ \mathrm{B}(a+1,\ 2)$

① 1　　② -2　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $\frac{1}{5}$　　⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}} &= \sqrt{(3-a-1)^2+(2a+2-2)^2}\\ &= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

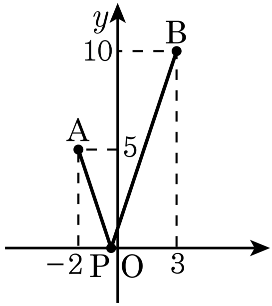
$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $A(-2,\ 5)$, $B(3,\ 10)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

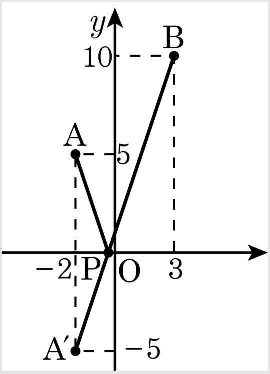


▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{10}$

해설

점 A 를 x 축 대칭시킨 점을 A' 이라 할 때, $\overline{AP}=\overline{A'P}$ 이므로 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최소값은 $\overline{A'B}$ 의 길이이다.



$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{A'B} &= \sqrt{\{3-(-2)\}^2+\{10-(-5)\}^2}\\ &= \sqrt{25+225}\\ &= 5\sqrt{10}\end{aligned}$$

22. 대각선의 길이가 10cm 인 정육면체에서 한 모서리의 길이는?

① $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$cm ② $5\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{3}$cm

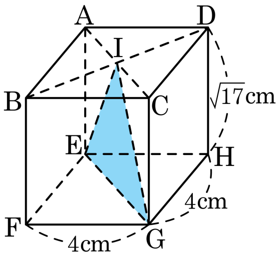
④ $10\sqrt{2}$cm ⑤ $10\sqrt{3}$cm

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면 $\sqrt{3}a = 10$

$\therefore a = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$(cm) 이다.

23. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 I 라 할 때, △IEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $2\sqrt{34}$ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

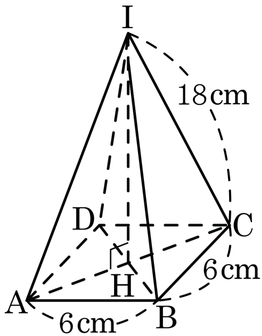
해설

$\overline{EG} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

△IEG 는 밑변이 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$, 높이가 $\sqrt{17}\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{17} = 2\sqrt{34}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 구하여라.



① 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $32\sqrt{34}$cm^3

② 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $34\sqrt{34}$cm^3

③ 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

④ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

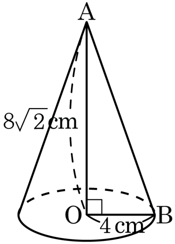
⑤ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $38\sqrt{34}$cm^3

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{높이}) &= \sqrt{18^2-(3\sqrt{2})^2} \\
&= \sqrt{324-18} \\
&= 3\sqrt{34}(\text{cm})
\end{aligned}
$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3}\times 6\times 6\times 3\sqrt{34} = 36\sqrt{34}(\text{cm}^3)$$

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm, 높이가 $8\sqrt{2}$cm 인 원뿔을 전개했을 때, 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 120 °

해설

$$x = 360° \times \frac{l}{2\pi r} = 360° \times \frac{8\pi}{2\pi \times 12} = 120°$$