

1. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9, 8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답:

▷ 정답: 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로

$$-5 + 0 + 10 + x + 5 = 0$$

$$\therefore x = -10$$

$$\frac{(-5)^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-5)^2}{5}$$

$$= \frac{25 + 100 + 100 + 25}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.

3. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

4. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3배만큼 크다.

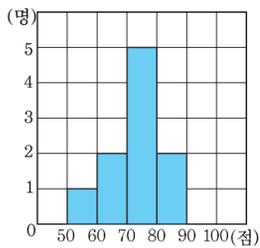
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2배이다.

5. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

6. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간 (시간)	학생 수 (명)
0이상 ~ 2미만	4
2이상 ~ 4미만	2
4이상 ~ 6미만	18
6이상 ~ 8미만	6
8이상 ~ 10미만	2
합계	32

- ① 5,1 ② 5,2 ③ 5,4 ④ 6,3 ⑤ 6,4

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32} \\
 &= 5 \\
 (\text{분산}) &= \frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32} \\
 &+ \frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4 \\
 \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{4} = 2
 \end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 - 18x + 65 = 0$ 의 두 근 중 더 큰 것이 직각삼각형의 빗변이고, 짧은 것은 다른 한 변의 길이일 때, 이 직각삼각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$x^2 - 18x + 65 = (x - 5)(x - 13) = 0$$

$$x = 5, 13$$

빗변의 길이가 13 이고 다른 한 변의 길이가 5 이므로

피타고라스 정리에 따라

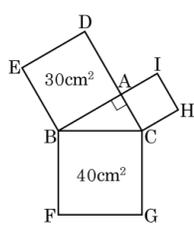
$$13^2 = 5^2 + x^2$$

$$x^2 = 144$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ 이다.

따라서 이 직각삼각형의 둘레의 길이는 $5 + 12 + 13 = 30$ 이다.

8. 다음 그림은 직각삼각형 ABC에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\square BFGC = 40\text{ cm}^2$, $\square DEBA = 30\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



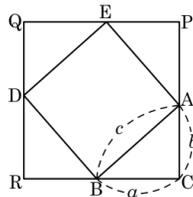
▶ 답: cm^2

▶ 정답: $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

($\square DEBA$ 의 넓이) + ($\square ACHI$ 의 넓이)
 = ($\square BFGC$ 의 넓이)
 공식을 적용하면 $\square ACHI = 10\text{ cm}^2$ 이다.
 $\square DEBA = 30\text{ cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{30}\text{ cm}$ 이고,
 $\square ACHI = 10\text{ cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{ cm}$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 넓이 = $\sqrt{30} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{2}$
 = $\sqrt{300} \times \frac{1}{2}$
 = $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$

9. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 () 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$
 [결론] $a^2 + b^2 = c^2$
 [증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분 CB, CA 를 연장하여 정사각형 $CPQR$ 를 만들고, $PE = QD = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아 정사각형 $AEDB$ 를 그린다.
 $\square CPQR = (\text{①}) + 4 \times (\text{②})$
 $(\text{③}) = c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
 $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + (\text{④})$
 따라서 (⑤) 이다.

- ① $\square AEDB$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle ABC$
 ④ $2ab$ ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

$$\square CPQR = (a + b)^2$$

10. 각 변의 길이가 $(x-2)$ cm, x cm, 8 cm 인 직각삼각형이 있다. 이 때, x 의 값을 바르게 짝지어진 것은?

① $16, \sqrt{31}$

② $16, 1 + \sqrt{31}$

③ $17, -1 + \sqrt{31}$

④ $17, 1 + \sqrt{31}$

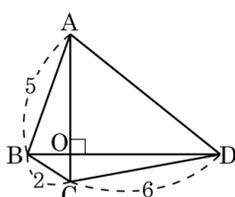
⑤ $18, -1 + \sqrt{31}$

해설

(i) $x \geq 8$ 일 때
 $x^2 = (x-2)^2 + 64$
 $x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$
 $4x = 68$
 $\therefore x = 17$

(ii) $x < 8$ 일 때
 $64 = (x-2)^2 + x^2$
 $64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$
 $2x^2 - 4x - 60 = 0$
 $\therefore x = 1 + \sqrt{31} (\because x > 0)$

11. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, \overline{AD} 의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{55}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{57}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $\sqrt{59}$

해설

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

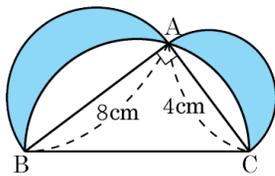
$$5^2 + 6^2 = \overline{AD}^2 + 2^2$$

$$\overline{AD}^2 = 61 - 4 = 57$$

따라서 $\overline{AD} > 0$ 이므로

$$\overline{AD} = \sqrt{57} \text{ 이다.}$$

12. 다음 그림은 $\overline{AC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

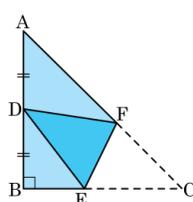


- ① 10 cm^2 ② 12 cm^2 ③ 14 cm^2
 ④ 16 cm^2 ⑤ 22 cm^2

해설

(\overline{AB} 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 8\pi$
 (\overline{AC} 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 2\pi$ 이므로
 ($\triangle ABC$ 와 두 반원의 넓이의 합) $= (16 + 10\pi)\text{ cm}^2$
 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\text{ cm}$ 이므로
 (\overline{BC} 를 지름으로 하는 반원의 반지름) $= 2\sqrt{5}\text{ cm}$,
 (\overline{BC} 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 10\pi$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $(16 + 10\pi) - 10\pi = 16(\text{ cm}^2)$

13. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\text{ cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 \overline{EF} 를 접는 선으로 하여 점 C 가 \overline{AB} 의 중점에 오도록 접은 것이다. \overline{BE} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{9}{4}\text{ cm}$

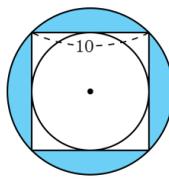
해설

$\overline{BE} = x\text{ cm}$ 라 두면 $\overline{EC} = \overline{DE} = (6 - x)\text{ cm}$ 이고 $\overline{BD} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle BDE$ 는 직각삼각형이므로 $(6 - x)^2 = x^2 + 3^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{9}{4}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a + b\pi$ 라면 $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 50 ② 100 ③ 150
 ④ 200 ⑤ 250

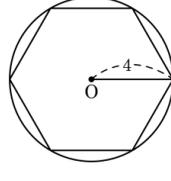


해설

한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로
 $(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100$ 이므로
 $a = -100, b = 50$
 따라서 $b - a = 50 - (-100) = 150$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원 O에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?

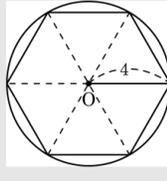
- ① 24 ② $24\sqrt{3}$ ③ $28\sqrt{3}$
 ④ $24\sqrt{6}$ ⑤ $48\sqrt{6}$



해설

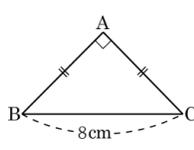
정육각형은 점 O를 기준으로 6개의 정삼각형으로 이루어진 도형이다.

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \times 6 = 24\sqrt{3}$$



17. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 8cm인 직각이등변삼각형 ABC의 넓이를 구하면?

- ① 32 cm^2 ② 24 cm^2
③ 16 cm^2 ④ $8\sqrt{2}\text{ cm}^2$
⑤ $4\sqrt{2}\text{ cm}^2$



해설

$$2AB^2 = 8^2, \quad AB = 4\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$\triangle ABC = (4\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 16(\text{cm}^2)$$

18. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 10$ 의 꼭짓점과 점 $(-2, -5)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{5}$

해설

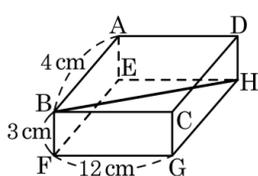
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 10$$

$y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(-2, -5)$ 사이의 거리는

$$\sqrt{\{4 - (-2)\}^2 + \{-2 - (-5)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

19. 다음 직육면체에서 $\overline{AB} = 4\text{ cm}$, $\overline{BF} = 3\text{ cm}$, $\overline{FG} = 12\text{ cm}$ 일 때, \overline{BH} 의 길이를 구하여라.



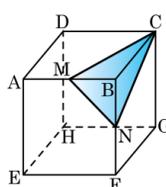
▶ 답: cm

▷ 정답: 13 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \sqrt{4^2 + 12^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{16 + 144 + 9} \\ &= \sqrt{169} = 13(\text{ cm})\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 6cm인 정육면체에서 \overline{AB} , \overline{BF} 의 중점이 각각 M, N일 때, $\triangle CNM$ 의 넓이는?

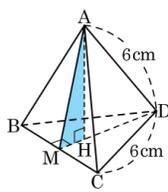


- ① $27\sqrt{11}\text{cm}^2$ ② $\frac{27}{2}\text{cm}^2$ ③ $54\sqrt{11}\text{cm}^2$
 ④ $54\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $27\sqrt{5}\text{cm}^2$

해설

$\triangle CNM$ 은 $\overline{CM} = \overline{CN}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\overline{CM} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
 $\overline{MN} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
 $\therefore (\triangle CNM \text{의 높이}) = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}$
 $= \sqrt{45 - \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{162}{4}}$
 $= \frac{9\sqrt{2}}{2}$
 $\therefore (\triangle CNM \text{의 넓이}) = 3\sqrt{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{27}{2}(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체 A-BCD의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{MD} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

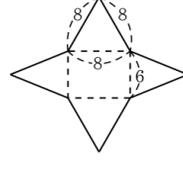
$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = 3\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle AMH = \sqrt{3} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

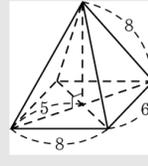
22. 다음 그림과 같은 전개도로 사각뿔을 만들 때, 사각뿔의 부피는?

- ① 24 ② $50\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{39}$
 ④ $64\sqrt{2}$ ⑤ $48\sqrt{39}$

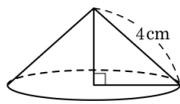


해설

사각뿔의 높이는 $\sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{39}$ 이다.
 따라서 부피는 $6 \times 6 \times \sqrt{39} \times \frac{1}{3} = 16\sqrt{39}$ 이다.



23. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $9\pi\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 4cm 인 원뿔의 높이는?

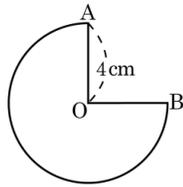


- ① 2cm ② $\sqrt{7}\text{cm}$ ③ 3cm
④ $2\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ 5cm

해설

밑면의 넓이가 $9\pi\text{cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 그림은 원뿔 전개도의 일부분이다. 밑면의 넓이가 $9\pi\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 4cm 인 이 전개도로 만들 수 있는 원뿔의 부피는?



- ① $2\sqrt{7}\pi\text{cm}^3$ ② $\frac{5}{2}\sqrt{7}\pi\text{cm}^3$ ③ $3\sqrt{7}\pi\text{cm}^3$
 ④ $\frac{7}{2}\sqrt{7}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $8\sqrt{7}\pi\text{cm}^3$

해설

전개도로 만든 원뿔은 다음과 같다.

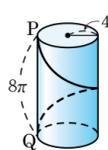


밑면의 넓이가 $9\pi\text{cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 이다.

높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피는 $\pi \times 3^2 \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{7}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{2}\pi$

해설

원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
 따라서, 최단 거리는 직사각형(옆면)의 대각선의 길이와 같다.
 직사각형의 가로의 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 4 = 8\pi$ 이다.
 따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(8\pi)^2 + (8\pi)^2} = 8\sqrt{2}\pi$ 이다.

