1. a 가 자연수이고 $\sqrt{\dfrac{18a}{5}}$ 가 정수일 때, a 의 값 중 가장 작은 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 30

해설

$\sqrt{\dfrac{18a}{5}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 3^2 \times a}{5}}$

$\therefore a = 2 \times 5 = 10$

2. $m=-1$을 해로 가지지 않는 하나는 ?

① $m^2+2m+1=0$
② $m^2-m-2=0$
③ $4-m^2+3m=0$
④ $4-3m^2+m=0$
⑤ $4-3m^2-m=0$

해설
① $m^2+2m+1=0$, $(m+1)^2=0$
② $m^2-m-2=0$, $(m-2)(m+1)=0$
③ $4-m^2+3m=0$, $-(m-4)(m+1)=0$
④ $4-3m^2+m=0$, $-(3m-4)(m+1)=0$
⑤ $4-3m^2-m=0$, $-(3m+4)(m-1)=0$
따라서 $m=-1$을 해로 가지지 않는 하나는 ⑤이다.

3. 이차방정식 $x^2-4x-12=0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ −2 ⑤ −3

해설

$x^2-4x-12=0$ 을 인수분해하면 $(x-6)(x+2)=0$ 이다.
$x=6,-2$
음수의 근 -2 가 $x^2+2ax+a+2=0$ 의 근이므로
$(-2)^2-4a+a+2=0$
$\therefore a=2$

4. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 $m,\ n$ 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25　　② 29　　③ 36　　④ 47　　⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

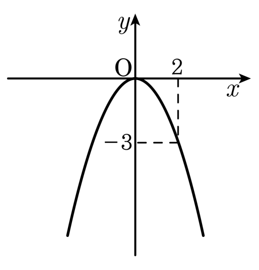
5. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 두 근의 합이 $x^2-4x+k=0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
$x^2-2x-1=0$ 의 두 근의 합은 2
$x=2$ 를 $x^2-4x+k=0$ 에 대입하면
$4-8+k=0$
$\therefore k=4$

6. 다음 그림의 포물선의 식은?

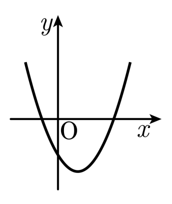


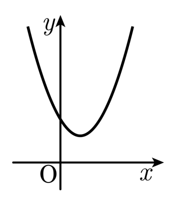
① $y=-\frac{2}{3}x^2$　② $y=\frac{3}{2}x^2$
③ $y=-\frac{3}{4}x^2$　④ $y=\frac{2}{3}x^2$
⑤ $y=-\frac{3}{2}x^2$

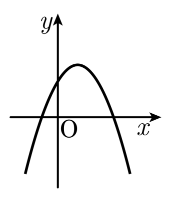
해설

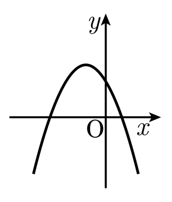
꼭짓점이 원점이고, $(2,\ -3)$ 을 지나며 위로 볼록한 포물선은 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 다.

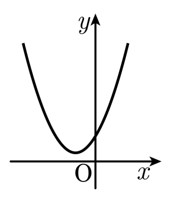
7. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.
$y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$
꼭짓점이 $(2, 3)$ 으로 제1 사분면에 위치한다.

8. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y=-(x+1)^2+2$
② $y=2(x+1)^2+2$
③ $y=-2(x-1)^2+2$
④ $y=2(x-1)^2+2$
⑤ $y=-2(x+1)^2+2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y=a(x+1)^2+2$
$(0,\ 4)$ 를 대입하면 $4=a+2$, $a=2$
따라서 그래프의 식은 $y=2(x+1)^2+2$ 이다.

9. 이자함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$y = x^2 - 6x - 10 = (x-3)^2 - 19$
$x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

10. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{11}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$
④ $-19\,\mathrm{cm}$ ⑤ $19\,\mathrm{cm}$

해설
$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\mathrm{cm})$ 이다.

11. A, B 가 다음과 같을 때, $A+B$ 의 값은?

$$A = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{(-3)^4} \times \left(-\sqrt{2}\right)^2$$
$$B = \sqrt{144} \times \sqrt{\frac{25}{81}} \div \left(-\sqrt{\frac{4}{9}}\right)$$

① -21 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 21

해설

$A = 14 \div 2 - 3^2 \times 2 = 7 - 18 = -11$

$B = 12 \times \frac{5}{9} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 12 \times \frac{5}{9} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -10$

$\therefore A + B = -11 + (-10) = -21$

12. 다음 주어진 식이 자연수 n이 되도록 하는 m의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 65

▷ 정답 : ㉡ : 3

▷ 정답 : ㉢ : 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고
$n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

13. $x = \dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 일 때, $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}\right)^2$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$x = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$y = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$xy = 4(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 4$

$x+y = 4\sqrt{3}$, $y-x = 4\sqrt{2}$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2 + \left(\frac{y-x}{xy}\right)^2$$

$$= \left(\frac{4\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

$$= 3 + 2 = 5$$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, $\sqrt{0.45}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.6708

해설

$$\sqrt{0.45} = \sqrt{\frac{45}{100}} = \frac{\sqrt{45}}{10}$$
$$= \frac{\sqrt{5 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times 2.236}{10}$$
$$= 0.6708$$

15. 어떤 이차식을 지연이는 x 의 계수를 잘못 보고 $2(x+2)(x-9)$ 로 인수 분해하였고, 동현이는 상수항을 잘못 보고 $2(x-1)(x-2)$ 로 인수 분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수 분해한 것이 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, abc 의 값은?

① 5　　② 12　　③ -36　　④ 36　　⑤ -18

해설

지연이는 $2x^2-14x-36$ 에서 상수항 -36 을 맞게 보았고,
동현이는 $2x^2-6x+4$ 에서 x 의 계수 -6 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2-6x-36=2(x-6)(x+3)$
$\therefore a=2,\ b=6,\ c=-3$
$\therefore abc=-36$

16. $(x-2)^2-2(x-2)-8$ 을 인수분해 하면?

① $x(x-6)$ ② $(x+2)(x-6)$ ③ $(x+4)(x-2)$
④ $(x-4)(x+2)$ ⑤ $x(x-4)$

해설

$x-2=t$로 치환하면
$t^2-2t-8=(t+2)(t-4)=x(x-6)$

17. $xy - x + y - 1 = (x - a)(y + b)$가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, $b < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -2$

해설

$y - 1 = X$로 치환하면

$$\begin{aligned} xy - x + y - 1 &= xX + X = X(x + 1) \\ &= (x + 1)(y - 1) \end{aligned}$$

$\therefore a + b = -2$

18. 다음 중 해가 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$인 이차방정식을 고르면?

① $(2x+1)(x+2)=0$　　② $(2x-1)(x+2)=0$

③ $-(2x-1)(x-2)=0$　　④ $-\frac{1}{2}x(x-2)=0$

⑤ $2(2x+1)(x-2)=0$

해설

해가 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$이므로

$2x+1=0$ 또는 $x-2=0$이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x+1)(x-2)=0$이다.

19. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 $a,\ b$ 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$(x-4)^2 = 2x-5$

$x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$

$x^2 - 10x + 21 = 0$

$(x-7)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 7$ 또는 $x = 3$

$a > b$ 이므로 $a = 7,\ b = 3$

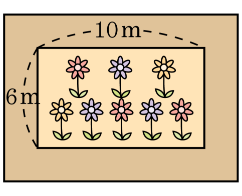
$(2a-b)^2 - (a+b)^2$

$= (2a-b+a+b)(2a-b-a-b)$

$= 3a(a-2b)$

$= 3 \times 7 \times (7-6) = 21$

20. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 둘레에 폭이 일정하고, 넓이가 $80\,\mathrm{m}^2$ 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



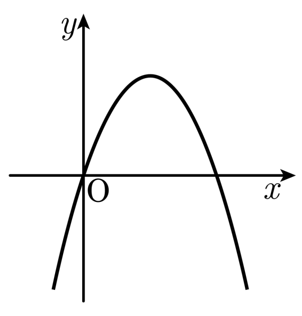
▶ 답: ____ m

▷ 정답: 2 m

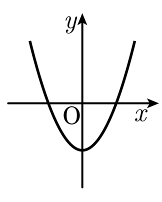
해설

도로의 폭을 x m 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x+10)$m , 세로의 길이가 $(2x+6)$ m 의 곱이다.
(길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) − (화단의 넓이) 이므로
$(2x+10)(2x+6)-(6\times10)=80$
$4x^2+32x-80=0$
$x^2+8x-20=0$
$(x-2)(x+10)=0$
$\therefore\ x=2\,\mathrm{m}$ (단, $x>0$)

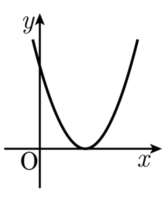
21. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



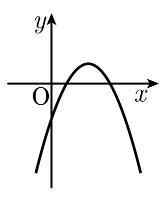
①



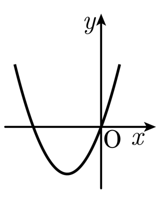
②



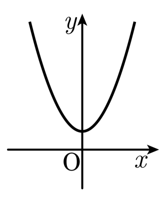
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

22. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$

$=\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

$=\frac{2k\sqrt{6}}{3}-k-2\sqrt{6}$

$=\left(\frac{2}{3}k-2\right)\sqrt{6}-k$

값이 유리수가 되어야 하므로

$\frac{2}{3}k-2=0$

$\therefore k=3$

23. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93 ② 7.56 ③ 7.50 ④ 7.40 ⑤ 6.19

해설

$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$

24. $xy = 4$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y > 0$)

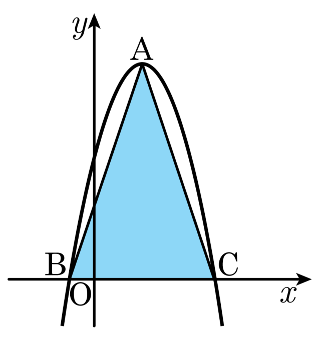
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 8 + 2 \times 4 = 16$
$x + y > 0$ 이므로 $x + y = 4$
$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$
$8 \times 4 = x^3 + y^3 + 4 \times 4$
$x^3 + y^3 = 32 - 16 = 16$

25. 다음 이차함수 $y=-x^2+4x+5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



① 15　② 21　③ 27　④ 33　⑤ 39

해설

$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A $(2,9)$
$y=0$ 일 때, $0=-x^2+4x+5$, $x^2-4x-5=0$ $(x-5)(x+1)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=-1$
따라서 두 점 B , C 의 좌표는 B $(-1,0)$, C $(5,0)$ 이므로 $\triangle$ABC $=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ 이다.

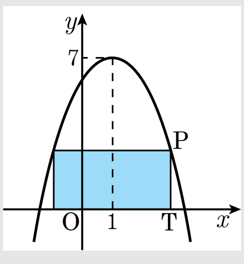
26. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.

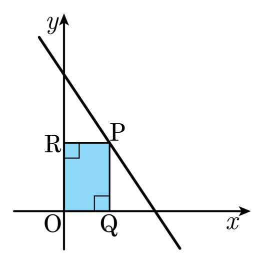


포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t,\ -t^2 + 2t + 5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t-2)^2 + 14\end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

27. 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 이므로

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b=-\frac{3}{2}a+3$

$$\square\mathrm{OQPR}=ab=a\left(-\frac{3}{2}a+3\right)$$
$$=-\frac{3}{2}a^2+3a$$
$$=-\frac{3}{2}(a-1)^2+\frac{3}{2}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b=-\frac{3}{2}a+3>0 \qquad \therefore\ 0<a<2$

따라서 $\square$OQPR 의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

28. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

해설

$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$

$16 < 2n < 49$

$\therefore\ 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$

$\therefore$ 최댓값 $a = 24$, 최솟값 $b = 9$

$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$

29. $\dfrac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\frac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}} = \frac{\sqrt{(2^2)^{11}-(2^4)^3}}{\sqrt{(2^3)^8-(2^2)^7}} = \frac{\sqrt{2^{22}-2^{12}}}{\sqrt{2^{24}-2^{14}}} = \frac{\sqrt{2^{12}(2^{10}-1)}}{\sqrt{2^{14}(2^{10}-1)}} = \sqrt{\frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}$$

30. 이차방정식 $ax^2 - \left(\frac{a}{b} + 3\right)x + \frac{a}{b} + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 -2 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{16}$

해설

x^2 의 계수가 a 이고 두 근의 합이 2, 곱이 -2 인 이차방정식은 $a(x^2 - 2x - 2) = 0$ 이고 주어진 식의 계수와 비교하면

$-\left(\frac{a}{b} + 3\right) = -2a \cdots$ ㉠

$\frac{a}{b} + 1 = -2a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{1}{4}$

$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$