

1. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, 2a + c + b + 3 = 0, c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

2. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A, B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.

따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$$

$$-10 = 2B \quad \therefore B = -5$$

또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$$

$$-2 = 2A \quad \therefore A = -1$$

$$\therefore A = -1, B = -5$$

$$\therefore A + B = -6$$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,

$$4x - 6 = (A - B)x + A + B$$

$$\therefore A + B = -6$$

3. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

4. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

5. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -1$$

6. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

7. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

8. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

9. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

10. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

11. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$x^2-x=Y$ 라 놓자.

$$(Y-6)(Y-2) = Y^2-8Y+12$$

$$= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$$

$$= x^4-2x^3-7x^2+8x+12$$

12. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때

$$(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$$

모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로

$$a + b + c = 44$$

따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

13. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나누어 떨어지고, $f(x) - g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기] 의 다항식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

㉠ $x + f(x)$

㉡ $x - g(x)$

㉢ $x + f(x)g(x)$

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$f(x) + g(x) = (x+1)Q(x)$$

$$f(x) - g(x) = (x+1)Q'(x) + 2$$

$x = -1$ 을 두 식에 각각 대입하면

$$f(-1) + g(-1) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) - g(-1) = 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $f(-1) = 1, g(-1) = -1$

보기의 식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것은 $x = -1$ 을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.

$$\textcircled{1} \quad -1 + f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad -1 - g(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad -1 + f(-1)g(-1) = -1 + 1 \times (-1) = -2$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $xf(x)+3$ 을 $x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x), R$

② $Q(x), R+3$

③ $xQ(x), R$

④ $xQ(x), R+3$

⑤ $xQ(x) + R, R+3$

해설

$$f(x) = (x-1)Q(x) + R$$

$$\begin{aligned}xf(x) + 3 &= (x-1)xQ(x) + Rx + 3 \\&= (x-1)xQ(x) + R(x-1) + R + 3 \\&= (x-1)\{xQ(x) + R\} + R + 3\end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x) + R$, 나머지 : $3 + R$

15. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$