1. 책상 위에 체육책, 미술책, 수학책, 영어책, 과학책, 국어책이 각각 1 권씩 있다. 이 중에서 2 권을 뽑아 책꽂이에 꼽을 때, 체육책을 제외하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 20 가지

해설

체육책을 제외한 나머지 5 권 중에서 2 권을 뽑아 책꽂이에 꼽는 경우의 수이므로 $5 \times 4 = 20$ (가지) 이다.

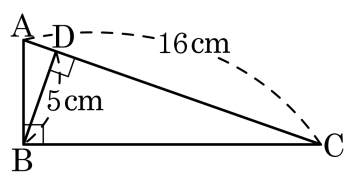
2. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 뽑아서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: ____________ 가지

▷ 정답: 48 가지

해설
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, 4 의 4가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3가지이다.
$\therefore\ 4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)

3. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

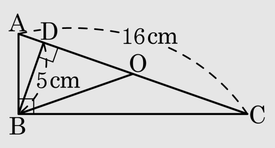


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\mathrm{cm})$

4. 다음 표는 서울에서 부산으로 가는 고속버스와 부산에서 서울로 오는 기차의 시간표이다. 진이가 서울에서 고속버스를 타고 부산에 있는 할아버지 댁에 가서 하루 동안 머무른 후 다음날 기차로 서울에 돌아오려고 한다. 모두 몇 가지 방법이 있는가?

고속버스	기차
서울 → 부산	부산 → 서울
06 : 00	10 : 00
09 : 00	17 : 00
12 : 00	22 : 30
15 : 00	23 : 00
18 : 00	
21 : 00	

① 10가지 ② 12가지 ③ 24가지
④ 27가지 ⑤ 36가지

해설

서울에서 부산으로 가는 경우의 수 : 6가지
부산에서 서울로 오는 경우의 수 : 4가지
$\therefore 6 \times 4 = 24$(가지) 이다.

5. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A, B 가 서로 이웃하면서 동시에 A 가 B 보다 앞에 서는 경우의 수는?

① 6 가지 ② 7 가지 ③ 8 가지
④ 9 가지 ⑤ 10 가지

해설

A, B 를 이 순서로 한 사람으로 생각하면 세 사람이 한 줄로 늘어서는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

6. 1, 2, 3, 4, 5 다섯 개의 숫자를 한 번만 사용하여 만든 세 자리의 정수 중 240 보다 작은 정수의 경우의 수는?

① 12 가지　② 18 가지　③ 24 가지
④ 32 가지　⑤ 36 가지

해설

240 보다 작은 정수를 만들기 위해서는 $1\boxed{}\boxed{}$ 또는 $2\boxed{}\boxed{}$ 형태이어야 한다.
$1\boxed{}\boxed{}$ 인 경우는 $4 \times 3 = 12$ (가지) 이고, $2\boxed{}\boxed{}$ 인 경우는 $2 \times 3 = 6$ (가지) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $12 + 6 = 18$ (가지) 이다.

7. 다음 하나와 선우의 대화를 듣고 틀린 말을 한 사람을 골라라.

> 하나 : 우리 반에서 반장을 뽑는 방법의 수는 몇 가지 일까?
> 선우 : 후보가 몇 명 입후보 했어?
> 하나 : 남자 3 명, 여자 2 명 입후보 했어.
> 선우 : 남자 반장 한명, 여자 반장 한명이니까. 남자 반장을 뽑는 경우의 수는 3 가지 이고, 여자 반장을 뽑는 경우의 수는 2 가지네. 그럼 총 뽑을 수 있는 경우의 수는 $3 + 2 = 5$ (가지) 겠구나.
> 하나 : 그런가? 내 생각에는 $3 \times 2 = 6$ (가지) 같은데........

▶ 답 :

▷ 정답 : 선우

해설

선우의 말 중에서 $3 + 2 = 5$ 는 옳지 않다. 하나의 말처럼 두 경우를 곱해줘야 한다.

8. 복권 10 만개 안에 다음 표와 같은 수의 당첨 복권이 들어 있다. 복권 한 장을 살 때, 10 만원짜리 복권에 당첨될 확률을 구하여라.

당첨 복권의 수(장)	당첨 금액
1	5000만원
5	1000만원
10	100만원
100	10만원
1000	1만원

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1000}$

해설

모든 복권의 수는 10 만 개이다. 이 중 10 만원짜리 당첨복권은 100 개이다.

$\therefore \frac{100}{100000} = \frac{1}{1000}$

9. 앞면에 $+1$, 뒷면에 -1 이 써 있는 동전 3 개를 동시에 던질 때, 합이 $+1$ 이 될 확률은?

① $\frac{3}{8}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{5}{8}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{7}{8}$

해설

동전 3 개를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지) 이고, 합이 $+1$ 이 나오려면 앞면 2 개, 뒷면 1 개가 나와야 한다. 따라서 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞) 로 3 가지이다.

따라서 합이 $+1$ 이 될 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

10. 주사위 2 개를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 가 홀수일 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{5}{36}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

해설

(ⅰ) $a-b=1$ 일 때, $a+b=$ (홀수) 인 경우는 (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)
(ⅱ) $a-b=2$ 일 때, $a+b=$ (짝수)
(ⅲ) $a-b=3$ 일 때, $a+b=$ (홀수) 인 경우는 (6, 3)
(ⅳ) $a-b=4$ 일 때, $a+b=$ (짝수)
(ⅴ) $a-b=5$ 일 때, $a+b=$ (홀수) 인 경우는 없다.
$\therefore$ (구하는 확률) $=\frac{6}{6\times6}=\frac{1}{6}$

11. 3 개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 1 개, 뒷면이 2 개 나올 확률로 옳은 것은?

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{2}{8}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{4}{8}$　⑤ $\frac{5}{8}$

해설

동전 3개를 동시에 던질 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 이고, 앞면이 1개, 뒷면이 2개 나올 경우의 수는 (뒤, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤) 의 3가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$

12. 주머니 속에 1 에서 9 까지의 수가 각각 적힌 9 개의 공이 있다. 처음에 한 개를 꺼내어 본 후 집어 넣고 두 번째 다시 한 개를 꺼낼 때, 처음에는 2 의 배수, 두 번째는 3 의 배수의 공이 나올 확률은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{11}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{7}{81}$

해설

1 에서 9 까지의 수 중에서 2 의 배수는 2, 4, 6, 8 이므로

2 의 배수의 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9}$

3 의 배수는 3, 6, 9 이므로

3 의 배수의 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9}$

따라서 구하려고 하는 확률은

$\frac{4}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{4}{27}$

13. 어떤 기차가 대전역에 정시에 도착할 확률은 $\frac{1}{4}$, 정시보다 빨리 도착할 확률은 $\frac{3}{8}$ 일 때, 한 번은 늦게, 한 번은 빨리 도착할 확률은?

① $\frac{3}{32}$　② $\frac{9}{32}$　③ $\frac{9}{64}$　④ $\frac{3}{64}$　⑤ $\frac{13}{32}$

해설

정시 보다 늦게 도착할 확률은 $1-\frac{2}{8}-\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$

한 번은 늦게, 한 번은 빨리 도착할 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\times 2=\frac{9}{32}$

14. A, B, C 세 문제가 있다. 문제를 맞출 확률은 A 문제는 $\frac{3}{5}$, B 문제는 $\frac{2}{3}$, C 문제는 $\frac{5}{6}$ 일 때, 적어도 두 문제 이상 맞출 확률은?

① $\frac{41}{99}$ ② $\frac{51}{90}$ ③ $\frac{57}{90}$ ④ $\frac{67}{90}$ ⑤ $\frac{71}{90}$

해설

적어도 두 문제 이상은 두 문제만 맞추거나 세 문제 모두 맞추는 경우이므로

(두 문제 맞출 확률)

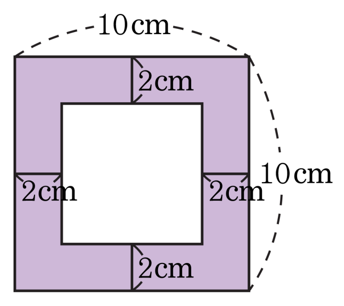
$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6}$

$= \frac{41}{90}$

(세 문제 맞출 확률) $= \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{41}{90} + \frac{1}{3} = \frac{71}{90}$

15. 다음 그림과 같이 색칠된 부분의 확률을 구하여라.



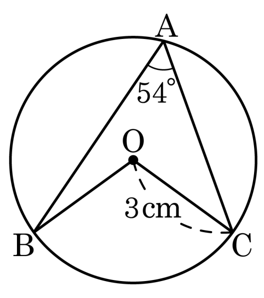
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{25}$

해설

(전체 도형의 넓이)−(정사각형의 넓이) = (색칠한 부분의 넓이)
$100 - 36 = 64(\mathrm{cm}^2)$
따라서 $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6.3π cm^2

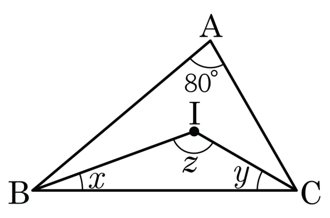
해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$
(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(cm^2)$$

17. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=(\qquad)^\circ$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$2\angle x+2\angle y+80^\circ=180^\circ$, $\angle x+\angle y=50^\circ$

$\angle z=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^\circ-50^\circ=80^\circ$

18. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A를 B보다 앞에 세우는 경우의 수는?

① 6　② 12　③ 18　④ 20　⑤ 24

해설

A가 맨 앞에 서는 경우는 $A\times\times\times$: $3\times2\times1=6$(가지)
A가 두 번째에 서는 경우는 $\underline{\times}A\times\times$: $2\times2\times1=4$(가지)(밑줄 친 부분에 B는 올 수 없다.)
A가 세 번째에 서는 경우는 $\times\times A\underline{\times}$: $2\times1=2$(가지)(밑줄 친 부분이 B 의 위치이다.)

따라서 구하는 경우의 수는 $6+4+2=12$

19. 문자 a, b, c 에서 중복을 허용하여 세 개로 만든 단어를 전송하려고 한다. 단, 전송되는 단어에 a 가 연속되면 수신이 불가능하다고 한다. 예를 들면, aab, aaa 등은 수신이 불가능하고 bba, aba 등은 수신이 가능하다. 수신 가능한 단어의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22 개

해설

세 개의 문자로 단어를 만들 수 있는 모든 경우의 수 $3 \times 3 \times 3 = 27$(가지)
a 가 연속되어 수식이 불가능한 경우는 aab, baa, aac, caa, aaa 의 5 개이다.
$\therefore 27 - 5 = 22$(개)

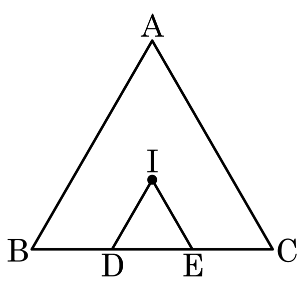
20. 남학생 4 명, 여학생 3 명 중에서 2 명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남학생이 한 명 이상 뽑힐 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{21}$

해설

7 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ (가지), 모두 여학생만 뽑히는 경우의 수는 여학생 3 명 중에서 2 명을 뽑는 경우이므로 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지) 이다. 그러므로 구하는 확률은 $1 -$ (모두 여학생이 뽑히는 확률) $= 1 - \frac{3}{21} = \frac{6}{7}$ 이다.

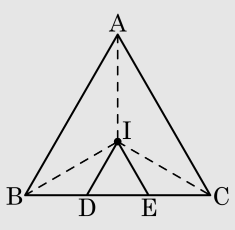
21. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$
따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$
$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ$ (엇각)
$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ$ (엇각)
또, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ$ 이므로
$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ 이다.

22. 항아리에 서로 다른 흰 돌과 검은 돌이 섞여서 모두 10 개가 담겨 있다. 이 중 2 개의 돌을 골랐을 때, 적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수가 35 가지라고 한다. 검은 돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

흰 돌이 최소 1 개 이상 뽑히는 사건은 2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 사건의 여사건이다.
검은 돌의 개수를 x라 하면, 흰 돌의 개수는 $10 - x$ 이고
10 개 중 2 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$(가지) 이고
2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 경우의 수는 $\frac{x(x-1)}{2}$(가지) 이다.
적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수는

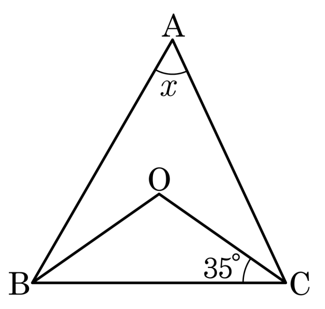
$$45 - \frac{x(x-1)}{2} = 35$$

$$\frac{x(x-1)}{2} = 10$$

$$x(x-1) = 20$$

x 와 $x - 1$ 은 둘 다 자연수이므로, 이를 만족하는 $x = 5$ 이다.
따라서 검은 돌은 5 개이다.

23. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB = 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\angle OBC = \angle OCB = 35°$

$\angle BAC + \angle ABO + \angle ACO = 2x$

$180° = 35° \times 2 + 2x$

$110° = 2x$

$\therefore x = 55°$

24. 1 에서 15 까지의 수가 각각 적혀 있는 15장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 큰 것은?

① 5 의 배수의 눈이 나오는 경우의 수
② 15 의 약수인 눈이 나오는 경우의 수
③ 짝수인 눈이 나오는 경우의 수
④ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수
⑤ 10보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설
① (5, 10, 15) 3가지
② (1, 3, 5, 15) 4가지
③ (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14) 7가지
④ (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) 8가지
⑤ (11, 12, 13, 14, 15) 5가지

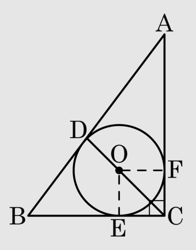
25. $\angle C = 90°$ 이고, 변의 길이가 각각 a, b, $c(a < b < c)$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 삼각형 ABC, ACD, BCD 의 내접원의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3 라 하자. 이때 $r_1 + r_2 + r_3$ 를 a, b, c 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{ab}{c}$

해설

다음 그림과 같이 △ABC 의 내접원이 빗변 AB 및 변 BC, CA 에 접하는 점을 각각 D, E, F 라 하면
□CEOF 는 정사각형이므로 $\overline{OE} + \overline{OF} = \overline{CE} + \overline{CF} =$ (원 O의 지름의 길이) 이다.



$\therefore\ \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{CF} + \overline{FA} + \overline{CE} + \overline{EB}$
$= (\text{원 O의 지름의 길이}) + \overline{AB}$

따라서 삼각형 ABC, ACD, BCD 의 내접원의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3 라 하면
$2r_1 = \overline{AC} + \overline{BC} - \overline{AB}$
$2r_2 = \overline{AD} + \overline{CD} - \overline{AC}$
$2r_3 = \overline{BD} + \overline{CD} - \overline{BC}$
$\therefore\ r_1 + r_2 + r_3 = \overline{CD}$

이때, $\overline{CD} \times c = a \times b =$ (삼각형 ABC의 넓이) 이므로 $\overline{CD} = \frac{ab}{c}$

$\therefore\ r_1 + r_2 + r_3 = \frac{ab}{c}$