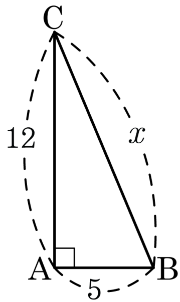
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



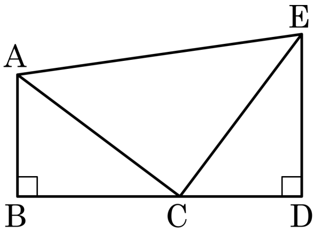
$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\boxed{\text{ㄱ}}}^2$
$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\text{ㄴ}}$
$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\text{ㄷ}}$

① $\overline{AB}$, 144 , -13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , -13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , -13

해설

$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
$x > 0$ 이므로, $x = 13$

2. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\angle$ACE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD, \angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
또, $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로,
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.

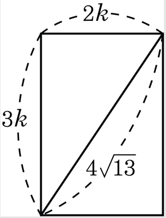
3. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{13}$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

직사각형의 가로의 길이를 $2k$, 세로의 길이를 $3k$라 하면



$$\begin{aligned} 4\sqrt{13} &= \sqrt{(2k)^2+(3k)^2} \\ &= \sqrt{4k^2+9k^2} \\ &= \sqrt{13}k \end{aligned}$$

$\therefore\ k=4$

따라서 둘레의 길이는 $2(2k+3k)=10k=40$ 이다.

4. 넓이가 $14\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 한 변의 길이는?

① $2\sqrt{14}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 56 ④ 21 ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

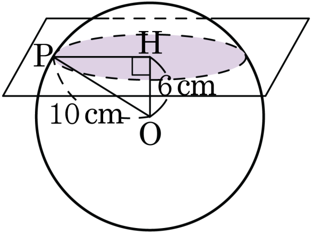
정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 14\sqrt{3}$

$a^2 = 56$

$\therefore\ a = 2\sqrt{14}$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm 인 구를 중심 O 에서 6cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?



① $24\pi\,\text{cm}^2$ ② $32\pi\,\text{cm}^2$ ③ $36\pi\,\text{cm}^2$

④ $56\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{PH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

$\therefore$ (단면의 넓이) $= 64\pi\,\text{cm}^2$

6. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

7. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5 이고 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5 이므로 $a+b=10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2+(a-5)^2+(4-5)^2}{5}$$

$$+\frac{(8-5)^2+(b-5)^2}{5}=3$$

$$4+(a-5)^2+1+9+(b-5)^2=15$$

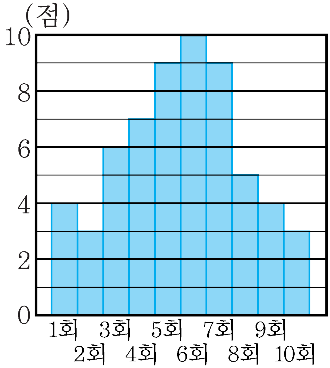
$$(a-5)^2+(b-5)^2=1$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+50=1$$

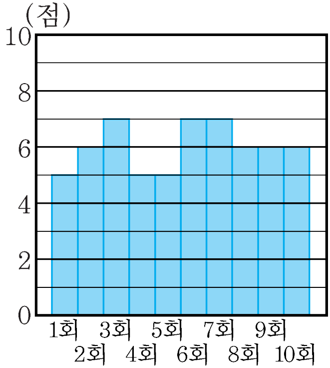
$$a^2+b^2-10(10)+50=1$$

$$\therefore a^2+b^2=51$$

8. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



〈미진〉



〈희철〉

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

9. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3}=5^2=25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m=\frac{2x+2y+2z}{3}=\frac{2(x+y+z)}{3}=2\cdot 8=16$$

분산은

$$m^2=\frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$=\frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$

$$=4\cdot 25=100$$

$$n=\sqrt{100}=10$$

$$\therefore m+n=16+10=26$$

10. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	6
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	8
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 회수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$
$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

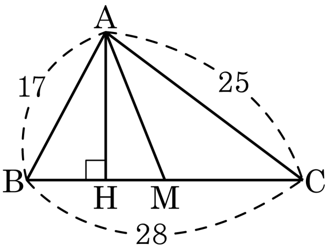
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 17$, $\overline{BC} = 28$, $\overline{CA} = 25$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{BH} = x$ 이면 $\overline{HC} = 28 - x$

$\overline{AH}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

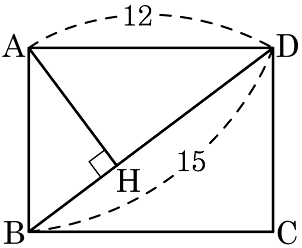
$56x = 448,\ x = 8$

$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$

$\therefore\ \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$ 이다. $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

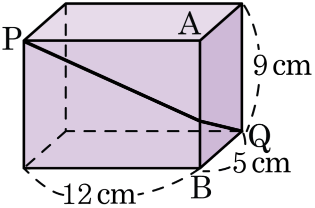
▷ 정답 : $\frac{36}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$, △ABD 에서 $15 \times \overline{\mathrm{AH}} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

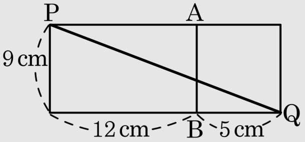
13. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 P 에서 모서리 AB 를 지나 점 Q 에 이르는 가장 짧은 거리는?



① 11 cm ② $\sqrt{83}$ cm ③ $\sqrt{161}$ cm

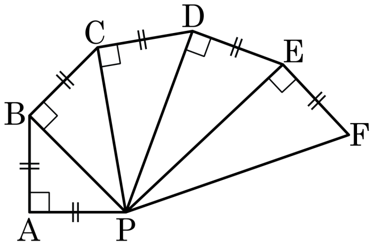
④ $\sqrt{321}$ cm ⑤ $\sqrt{370}$ cm

해설



$\therefore\ \sqrt{9^2+17^2}=\sqrt{370}(\text{cm})$

14. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$　② $\overline{PC}$　③ $\overline{PD}$　④ $\overline{PE}$　⑤ $\overline{PF}$

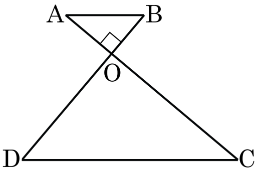
해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

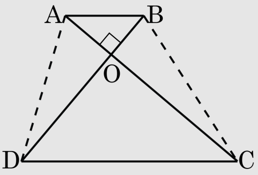
15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

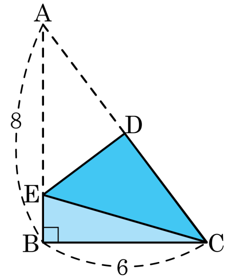
④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

16. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{117}{8}$

해설

$\overline{EB}=x$ 라 두면 $\overline{AE}=\overline{EC}=8-x$이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(8-x)^2=x^2+6^2, x=\dfrac{7}{4}$ 이고,

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2=8^2+6^2,\ \overline{AC}=10$이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

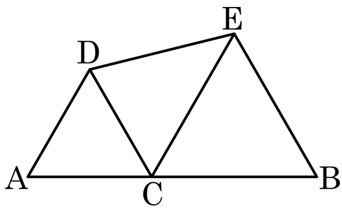
$\overline{DE}^2=\left(\dfrac{25}{4}\right)^2-5^2,\ \overline{DE}=\dfrac{15}{4}$ 이다.

$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{15}{4}=\dfrac{75}{8}$ 이고,

$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{4}\times6=\dfrac{21}{4}$ 이다.

따라서 합은 $\dfrac{75}{8}+\dfrac{21}{4}=\dfrac{117}{8}$ 이다.

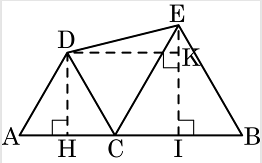
17. 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC}=6cm$, $\overline{BC}=8cm$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{13}(cm)$ ② $2\sqrt{13}(cm)$ ③ $3\sqrt{13}(cm)$
④ $4\sqrt{13}(cm)$ ⑤ $5\sqrt{13}(cm)$

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면



$\overline{DH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(cm)$

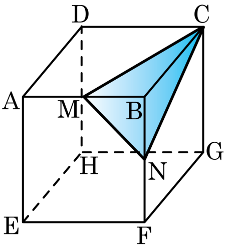
$\overline{EI}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}(cm)$

$\triangle EDK$ 에서 $\overline{DK}=7cm$

$\overline{EK}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{7^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}(cm)$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$ 의 중점이다. $\triangle$CMN 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 54

해설

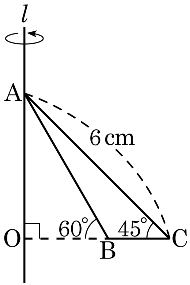
피타고라스 정리를 이용해서 $\overline{MN}$, $\overline{CM}$, $\overline{CN}$ 을 각각 구하면 $6\sqrt{2}$ cm, $6\sqrt{5}$ cm, $6\sqrt{5}$ cm 이므로 $\triangle$CMN 은 이등변삼각형이다.

$\triangle$CMN 의 높이

$$h = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 9\sqrt{2}(\text{ cm})$$

$$\triangle\text{CMN} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = 54(\text{ cm}^2)$$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

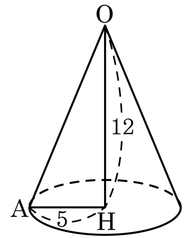
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}\ (\text{cm})$

따라서 부피는 $\left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$- \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

20. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 5, 높이가 12 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90π

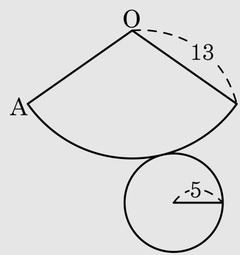
해설

$\triangle OAH$ 에서

$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$, $\overline{OA} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

밑면의 반지름의 길이가 5 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로



(옆면의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 13 \times 10\pi$

$= 65\pi$

$\therefore$ (겉넓이) $= 65\pi + 25\pi = 90\pi$