1. 복소수 $\dfrac{3+i}{1+i}+\dfrac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}=\frac{(3+i)(1-i)+(1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)}$$
$$=\frac{4-2i+(a+1)+(a-1)i}{2}$$
$$=\frac{a+5+(a-3)i}{2}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$\therefore\ a=3$

2. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot 1\cdot(k-1)\geq 0$

$9+4k-4\geq 0,\ 4k\geq -5$

$\therefore\ k\geq -\frac{5}{4}$

3. 방정식 $|x|+|x-1|=2$의 해를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답: $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x<0$일 때,
$-x-(x-1)=2$이므로 $-2x+1=2$
$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$

ii) $0\le x<1$일 때,
$x-(x-1)=2$이므로 $0\cdot x=1$
$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1\le x$일 때,
$x+x-1=2$이므로 $2x=3$
$\therefore\ x=\frac{3}{2}$

(i), (ii), (iii)에서 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

4. x에 대한 이차방정식 $kx^2+(2k+1)x+6=0$의 해가 2, α일 때, $k+\alpha$의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 $2, \alpha$라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.
$k\cdot 2^2+(2k+1)2+6=0$
$4k+4k+8=0$에서 $k=-1$
$k=-1$을 방정식에 대입하고 α를 구한다.
$-x^2-x+6=0,\ x^2+x-6=0$
$(x+3)(x-2)=0,\ x=2,-3$
$\therefore k=-1,\ \alpha=-3$
$\therefore\ k+\alpha=-4$

5. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a=2+3$, $a=-5$

$b=2\cdot 3=6$

$\therefore\ -5x^2+6x+3=0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

6. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 를 정리하면
$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i$
이것이 순허수이려면 $3k = 0,\ 3 + 2k \neq 0$
$k = 0$ 이므로 $z = 3i,\ \bar{z} = -3i$
$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

7. $A=\{x|x^2+ax+b=0\}=\{1,\alpha\}$,
$B=\{x|x^2+bx+a=0\}=\{-3,\beta\}$ 일 때,
α^2,β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $1,\ \alpha$
$\therefore\ 1+\alpha=-a,\ 1\cdot\alpha=b$ ····· ㉠
B 에서 $x^2+bx+a=0$ 의 두 근이 $-3,\ \beta$
$\therefore\ -3+\beta=-b,\ -3\beta=a$ ····· ㉡
㉠, ㉡에서 $a,\ b$ 를 소거하면
$1+\alpha=3\beta,\ \alpha=3-\beta$ $\therefore\ \alpha=2,\ \beta=1$
(ii) $\alpha^2=4,\ \beta^2=1$
$x^2-(\alpha^2+\beta^2)x+\alpha^2\beta^2=0$
$\therefore\ x^2-5x+4=0$
$\therefore$ 두 근의 곱은 4