1. 복소수 $\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}=\frac{(3+i)(1-i)+(1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$=\frac{4-2i+(a+1)+(a-1)i}{2}$$

$$=\frac{a+5+(a-3)i}{2}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$\therefore\ a=3$

2. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot1\cdot(k-1)\geq0$

$9+4k-4\geq0,\ 4k\geq-5$

$\therefore\ k\geq-\dfrac{5}{4}$

3. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$의 해를 구하시오.

▶ **답 :**

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ **정답 :** $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$일 때,

$-x - (x - 1) = 2$이므로 $-2x + 1 = 2$

$\therefore \ x = -\frac{1}{2}$

ii) $0 \leq x < 1$일 때,

$x - (x - 1) = 2$이므로 $0 \cdot x = 1$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$일 때,

$x + x - 1 = 2$이므로 $2x = 3$

$\therefore \ x = \frac{3}{2}$

(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

4. x에 대한 이차방정식 $kx^2+(2k+1)x+6=0$의 해가 $2,\ \alpha$일 때, $k+\alpha$의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

해가 $2, \alpha$라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$

$4k + 4k + 8 = 0$에서 $k = -1$

$k = -1$을 방정식에 대입하고 α를 구한다.

$-x^2 - x + 6 = 0,\ x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0,\ x = 2, -3$

$\therefore k = -1,\ \alpha = -3$

$\therefore\ k + \alpha = -4$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a = 2 + 3$, $a = -5$

$b = 2 \cdot 3 = 6$

$\therefore\ -5x^2 + 6x + 3 = 0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

6. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 9

해설

$z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 를 정리하면

$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i$

이것이 순허수이려면 $3k = 0,\ 3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i,\ \bar{z} = -3i$

$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

7. $A = \left\{x | x^2 + ax + b = 0\right\} = \{1, \alpha\}$,
$B = \left\{x | x^2 + bx + a = 0\right\} = \{-3, \beta\}$ 일 때,
α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $1,\ \alpha$

$\therefore\ 1 + \alpha = -a,\ 1 \cdot \alpha = b \quad \cdots\cdots$ ㉠

B 에서 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이 $-3,\ \beta$

$\therefore\ -3 + \beta = -b,\ -3\beta = a \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a,\ b$ 를 소거하면

$1 + \alpha = 3\beta,\ \alpha = 3 - \beta \quad \therefore\ \alpha = 2,\ \beta = 1$

(ii) $\alpha^2 = 4,\ \beta^2 = 1$

$x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$

$\therefore\ x^2 - 5x + 4 = 0$

$\therefore$ 두 근의 곱은 4