

1. 유리식 $\frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$ 를 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{x^4+x^2+1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2-1+(x-2)(x^2+x+1)}{x^4+x^2+1} \\ & \quad - \frac{(x+2)(x^2-x+1)}{x^4+x^2+1} \\ &= \frac{-x^2-5}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

2. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

3. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

4. $x = 4 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하시오.

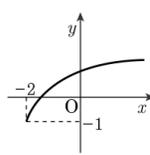
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x = 4 - \sqrt{3}$ 에서 $x - 4 = -\sqrt{3}$ 의 양변을 제곱하면, $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = 3$ 이므로
 $x^2 - 8x = -13$
 $\therefore x^2 - 8x + 15 = -13 + 15 = 2$

5. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



- ① $y = \sqrt{x-2} + 1$
② $y = \sqrt{x-2} - 1$
③ $y = \sqrt{x+2} + 1$
④ $y = \sqrt{x+2} - 1$
⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x축으로 -2만큼
y축으로 -1만큼 평행이동했으므로
x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면
 $y = \sqrt{x+2} - 1$

6. 1초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?

① 0.04초

② 0.4초

③ 4초

④ 4분

⑤ 4시간

해설

60(블럭) = 60×512 (바이트) 이므로

$$\begin{aligned} \text{(소요 시간)} &= \frac{60 \times 512}{120} = 256 \text{ (초)} \\ &= \frac{256}{60} \text{ (분)} \approx 4 \text{ (분)} \end{aligned}$$

7. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

8. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

9. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

- ① $3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ② $3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ ③ 9
④ $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ⑤ $7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{\frac{x^3 + y^3}{(xy)^3}}{\frac{x+y}{xy}} \\ &= \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{(x+y)(xy)^2} \\ &= \frac{(x+y)^2 - 3xy}{(xy)^2} \end{aligned}$$

조건에서 $x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 1$

$$\therefore \text{(주어진 식)} = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 1^2}{1} = 9$$

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

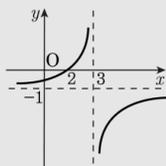
$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y = \frac{ax-b}{x-2} &\Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{x+1}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

12. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

13. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-2} \text{ 의 그래프가 점}(3, -2) \text{ 를 지나므로 } f(3) = -2$$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

14. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

15. $3x = 4y = 2z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2}$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$)

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $-\frac{43}{11}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ 2

해설

$3x = 4y = 2z = k$ 라 놓는다.

$x = \frac{k}{3}, y = \frac{k}{4}, z = \frac{k}{2}$ 를 주어진 식에 대입한다.

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2} &= \frac{\frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16} + \frac{k^2}{4}}{\frac{k^2}{9} + \frac{k^2}{16} - \frac{k^2}{4}} \\ &= \frac{64 - 36 + 144}{64 + 36 - 144} \\ &= \frac{172}{-44} = -\frac{43}{11}\end{aligned}$$

16. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

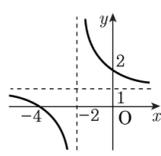
- ① -2 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{4x+2y} &= \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y & x &= -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2 \end{aligned}$$

17. 함수 $y = \frac{c-x}{ax+b}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4
 ④ -7 ⑤ 0



해설

점근선이 $x = -2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots\dots ①$$

①이 $(0, 2)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

18. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

- ㉠ $ab > 0$ 이면 제 3사분면
- ㉡ $ab < 0$ 이면 제 4사분면
- ㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면
- ㉣ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면
- ㉤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉣ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

19. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\}$ ③ $\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\}$
④ $\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

20. 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수의 식을 $y = f(x)$ 라 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하도록 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한
그래프의 식은 $y = \sqrt{2(x-a)}$
 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하려면
 $y = \sqrt{2(x-a)}$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 접해야 한다.
즉, $\sqrt{2(x-a)} = x$ 양변을 제곱하여 정리하면
 $x^2 - 2x + 2a = 0$
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2a = 0$ 이므로
 $a = \frac{1}{2}$

21. $a + b = 4ab$, $b + c = 10bc$, $c + a = 6ca$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$a + b = 4ab \text{에서 } \frac{a+b}{ab} = 4$$

$$\text{즉 } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{같은 방법으로 } \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10 \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{a} = 6 \dots \textcircled{3}$$

① + ② + ③하면

$$2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 20$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10$$

22. $\frac{d}{a+b+c} = \frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{c+d+a} = \frac{c}{d+a+b} = k$ 라 할 때, k 가 취할 수 있는 모든 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

준식에서 $d = (a+b+c)k$,
 $a = (b+c+d)k$,
 $b = (c+d+a)k$,
 $c = (d+a+b)k$ 이므로
변변 더하면 $a+b+c+d = 3k(a+b+c+d)$
i) $a+b+c+d \neq 0$ 일 때, $k = \frac{1}{3}$
ii) $a+b+c+d = 0$ 일 때, $a+b+c = -d$ 이므로
 $k = \frac{d}{a+b+c} = \frac{d}{-d} = -1$
 $\therefore k$ 의 모든 값의 합은 $-\frac{2}{3}$