

1. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 17항까지의 합은?

- ① $\frac{167}{4}$ ② $\frac{235}{4}$ ③ $\frac{527}{4}$ ④ $\frac{1105}{4}$ ⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

$$\text{구하는 합을 } S_{17} = \frac{17 \left\{ 2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4} \right\}}{2} = \frac{527}{4}$$

2. 첫째항이 7, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -20은 몇째 항인가?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \times (-3) \\ &= 7 + (n-1) \times (-3) \end{aligned}$$

$$\therefore a_n = -3n + 10$$

$$-3n + 10 = -20$$

$$-3n = -30$$

$$n = 10$$

3. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$$\begin{aligned} n \geq 2 \text{ 일 때, } a_n &= S_n - S_{n-1} \text{ 이므로} \\ a_n &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3} \\ &= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3} \\ &= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3} \\ &= n(n+1) \\ \therefore a_{15} &= 15 \times 16 = 240 \end{aligned}$$

5. x 에 대한 이차다항식 $f(x) = a^2(x-1)^2 + 3a(x+1) + 2$ 를 $x-1$, $x+1$, $x+2$ 로 나눈 나머지가 이 순서대로 등차수열이 될 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 6a + 2 \\ f(-1) &= 4a^2 + 2 \\ f(-2) &= 9a^2 - 3a + 2 \\ 4a^2 + 2 &= \frac{(6a + 2) + (9a^2 - 3a + 2)}{2} \\ 8a^2 + 4 &= 9a^2 + 3a + 4 \\ a^2 + 3a &= 0 \\ a &= 0, -3 \\ \text{그런데 } f(x) \text{ 는 이차식이므로 } a &\neq 0 \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

6. 2와 $\frac{2}{3}$ 사이에 두 수 a, b 를 넣어서 만든 4개의 수 2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 이
순서로 조화수열을 이룰 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 조화수열을 이루므로 $\frac{1}{2}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{3}{2}$ 이 등차수열을
이룬다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

7. 첫째항이 37, 공차가 -5인 등차수열이 있다. 첫째항부터 제20항까지 각 항의 절댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 522

해설

주어진 수열의 제 n 항이 음수가 된다고 하면

$$a_n = 37 + (n - 1) \cdot (-5) < 0$$

$$-5n + 42 < 0, n > \frac{42}{5} = 8.4$$

$$\therefore n = 9, 10, 11, \dots$$

따라서 주어진 수열은 제9항부터 음수가 되고, 이때

$$a_8 = -5 \cdot 8 + 42 = 2$$

$$a_9 = -5 \cdot 9 + 42 = -3$$

$$a_{20} = -5 \cdot 20 + 42 = -58$$

이므로 구하는 합은

$$\begin{aligned} & (37 + 32 + 27 + \dots + 2) + (|-3| + |-8| + |-13| + \dots + |-58|) \\ &= \frac{8(37 + 2)}{2} + \frac{12(3 + 58)}{2} = 156 + 366 = 522 \end{aligned}$$