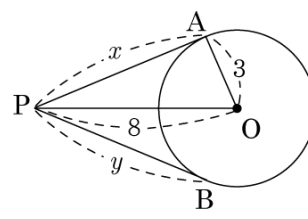


1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이다. 이 때, xy 의 값은?

- ① 33 ② 40 ③ 45
④ 50 ⑤ 55



해설

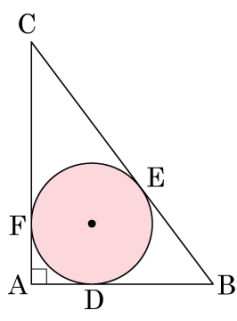
$$\overline{AP} = \overline{BP} = x$$

$$8^2 = 3^2 + x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{55} = y$$

$$\therefore xy = \sqrt{55} \times \sqrt{55} = 55$$

2. 다음 그림에서 원 O는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



① $\pi \text{ cm}^2$

② $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^2$

③ $6.5\pi \text{ cm}^2$

④ $12\pi \text{ cm}^2$

⑤ $16\pi \text{ cm}^2$

해설

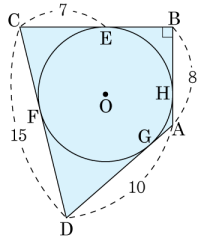
내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3 + 4 + 5) \times r$$

$$\therefore r = 1(\text{cm})$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi \text{ cm}^2$

3. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $AB = 8$, $CD = 15$, $AD = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?

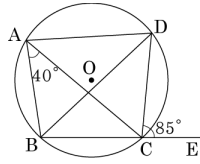


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$
 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD는 원 O에 내접하고, $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle DCE = 85^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하여라.



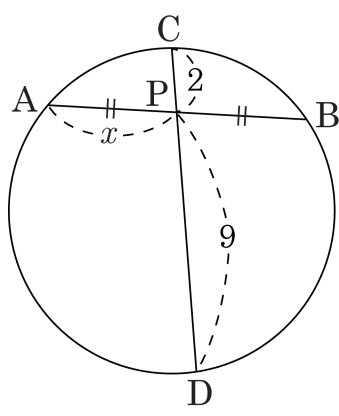
▶ 답 : °

▷ 정답 : 45°

해설

$\angle DCE = \angle BAD = 85^\circ$
 $\angle DAC = \angle DBC$ 이므로 $\angle DBC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



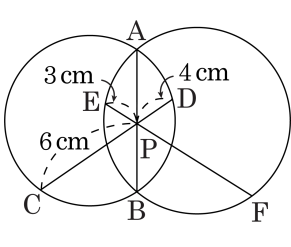
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x \times x &= 2 \times 9 \\ x^2 &= 18 \\ \therefore x &= 3\sqrt{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\overline{PC} = 6\text{cm}$, $\overline{PD} = 4\text{cm}$, $\overline{PE} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{PF}$ 의 길이는?

- ① $\frac{13}{2}\text{cm}$
 ② 7cm
- ③ $\frac{15}{2}\text{cm}$
 ④ 8cm
- ⑤ $\frac{17}{2}\text{cm}$

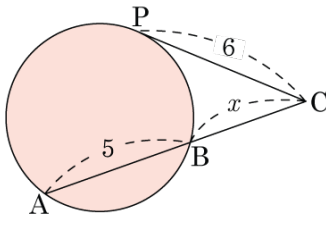


해설

$$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF} \text{ 이므로}$$

$$6 \times 4 = 3 \times \overline{PF}, \overline{PF} = \frac{24}{3} = 8 \text{ (cm)}$$

7. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PC}$ 는 접선이다.)

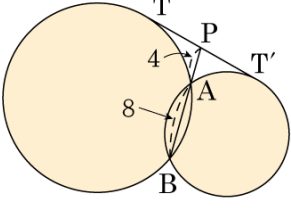


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{PC}^2 &= \overline{BC} \times \overline{AC} \\ 36 &= \overline{BC}(\overline{BC} + 5) \\ \overline{BC}^2 + 5\overline{BC} - 36 &= 0 \\ (\overline{BC} + 9)(\overline{BC} - 4) &= 0 \\ \therefore \overline{BC} &= 4\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

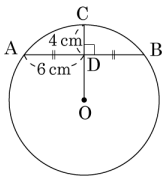
해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2$ 이므로 $\overline{PT}^2 = 4 \times 12 = 48$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ 이고,

$\overline{PT} = \overline{PT'}$ 이므로

$\overline{PT} + \overline{PT'} = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



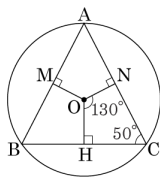
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{13}{2}$ cm

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면 $\triangle OAD$ 에서
 $x^2 = 6^2 + (x - 4)^2$
 $x^2 = 36 + x^2 - 8x + 16$
 $8x = 52$
따라서 $x = \frac{13}{2}(\text{cm})$ 이다.

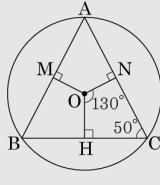
10. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle NOH = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

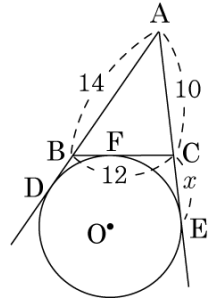
▶ 정답 : 80°

해설



$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 50^\circ \quad \therefore \angle A = 180^\circ - 50^\circ \times 2 = 80^\circ$

11. 다음 그림에서 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 14$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

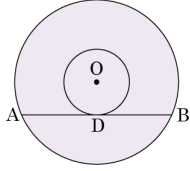
해설

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \overline{BF}, \overline{CE} = \overline{CF} \text{ 이므로} \\ \overline{AD} + \overline{AE} &= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) \\ &= (\overline{AB} + \overline{BF}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= \overline{AB} + (\overline{BF} + \overline{CF}) + \overline{AC} \\ &= 14 + 12 + 10 = 36\end{aligned}$$

$$\text{그런데 } \overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로 } \overline{AD} = 36 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\therefore \overline{CE} = \overline{AF} - \overline{AC} = 18 - 10 = 8$$

12. 점 O 를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 각각 9cm , 4cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현을 AB 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

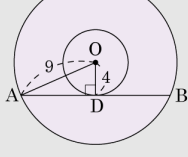


- ① $2\sqrt{97}\text{cm}$ ② $3\sqrt{15}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{15}\text{cm}$
④ $2\sqrt{65}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{65}\text{cm}$

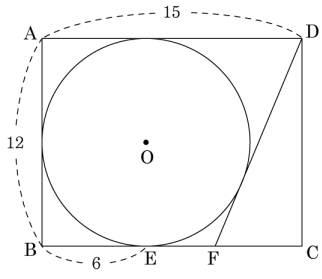
해설

$$\overline{AD} = \sqrt{81 - 16} = \sqrt{65}\text{cm}$$

$$\overline{AB} = 2 \times \overline{AD} = 2\sqrt{65}(\text{cm})(\because \overline{AD} = \overline{BD})$$



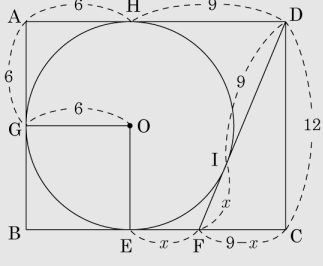
13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

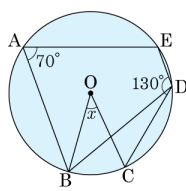
▷ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$
 $(x + 9)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$
 $\therefore x = 4$
 따라서 $\overline{DF} = 13$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 40° ③ 60° ④ 80° ⑤ 100°

해설

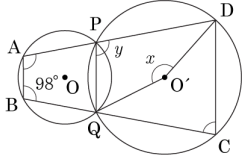
사각형의 대각의 합이 180° 이므로

$$\angle BDE = 110^\circ$$

$$\angle BDC = 130^\circ - 110^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\angle ABQ = 98^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



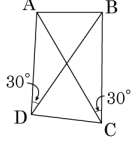
- ① 156° ② 164° ③ 196° ④ 262° ⑤ 328°

해설

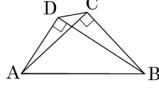
사각형 PQCD 에서 $\angle y = \angle ABQ = 98^\circ$
사각형 ABQP 에서 $\angle APQ = 82^\circ = \angle DCQ$
 $\angle x = 2 \times \angle DCQ = 2 \times 82^\circ = 164^\circ$
 $\therefore x + y = 164^\circ + 98^\circ = 262^\circ$

16. 다음 그림 중에서 □ABCD 가 원에 내접하지 않은 것은?

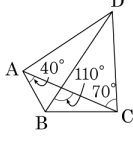
①



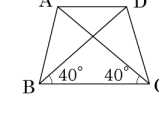
②



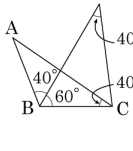
③



④



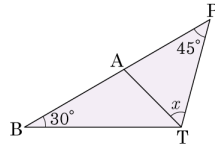
⑤



해설

③ $\angle BDC = 40^\circ$
⑤ $\angle BAC = 40^\circ$
→ 5.0ptBC 에 대한 원주각이 같다.

17. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?

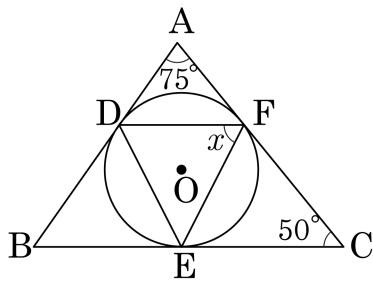


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$
 $\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle x = 60^\circ$

18. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle DAF = 75^\circ$, $\angle ECF = 50^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▶ 정답 : 62.5 °

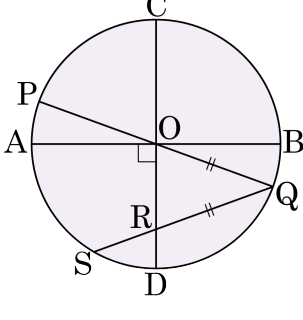
해설

$$\angle ABC = 180^\circ - (75^\circ + 50^\circ) = 55^\circ$$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BED = \angle DFE = (180^\circ - 55^\circ) \div 2 = 62.5^\circ$$

19. 다음 그림과 같이 지름 AB 와 CD 는 수직으로 만나며, 점 R 은 $\overline{OD}$ 위의 임의의 점이다. $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 위에 $\widehat{OQ} = \widehat{RQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡으면 $5.0\text{pt}\widehat{AP} = 3\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AS}$ 의 길이는?

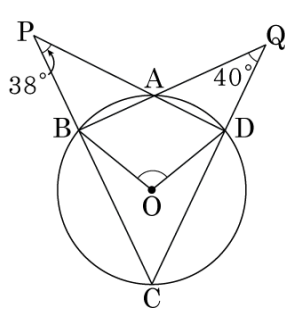


- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

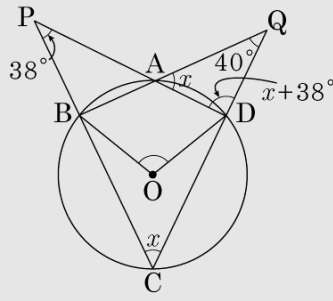
점 Q 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\overline{CD} \perp \overline{QH}$, $\overline{QH} \parallel \overline{AB}$ 이므로
 $\angle OQH = \angle BOQ$ (엇각) = $\angle AOP$ (맞꼭지각)
 $\angle PQH = \angle RQH = x$ 라 하면,
 $\angle PQS = 2x$, $\angle POS = 2 \times \angle PQS = 2 \times 2x = 4x$
 $\angle AOS = \angle POS - \angle AOP = 4x - x = 3x$
 $\angle AOP : \angle AOS = 5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{AS}$
 $x : 3x = 3 : 5.0\text{pt}\widehat{AS}$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AS} = 9(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



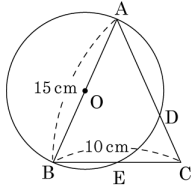
- ① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,
 $\angle DAQ = \angle BCD = x$
 $\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
 $\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 를 그렸다. $\overline{AC}$ 와 원 O 위 교점을 D 라 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AD} > \overline{CD}$)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

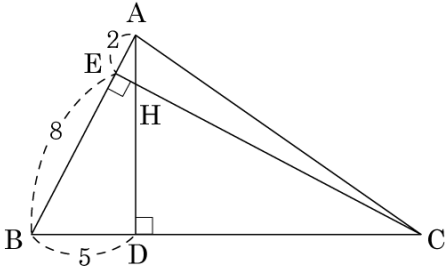
해설

$\overline{AE}$ 를 이으면 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$ 이다.

$\overline{CD} = x$ 라 하면 $\overline{CD} \times \overline{CA} = \overline{CE} \times \overline{CB}$ 이므로

$x \times 15 = 5 \times 10$, $x = \frac{10}{3}$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 $\overline{AE} = 2$, $\overline{BE} = 8$, $\overline{BD} = 5$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



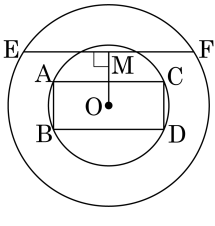
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

그림처럼 $\overline{AC}$ 에 대한 대각이 90° 로 서로 같음으로 네 점 A, E, D, C 는 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 한 원 위에 있다.
따라서 $8 \times (8 + 2) = 5 \times (5 + \overline{CD})$
 $5\overline{CD} = 55 \quad \therefore \overline{CD} = 11$
 $\triangle EBC$ 에서 $\overline{CE} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$
 $\triangle AEC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{2^2 + (8\sqrt{3})^2} = 14$

23. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 작은 원에 내접하는 직사각형과 큰 원의 현인 선분 EF가 있다. 원의 중심 O에서 선분 EF에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AB} = 4$, $\overline{EF} = 3\overline{AB}$, $\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이고 두 원의 반지름의 길이의 차는 $2\sqrt{2}$ 일 때, 큰 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\overline{AB} = 4, \overline{EF} = 3\overline{AB} \text{ 이므로 } \overline{EF} = 12$$

원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 N이라 하고 큰 원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = 2, \overline{EM} = \frac{1}{2} \times \overline{EF} = 6$$

$$\overline{OA} = x - 2\sqrt{2}$$

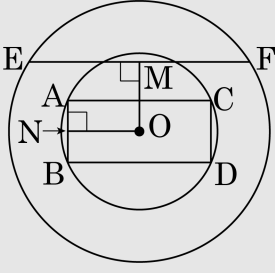
$$\text{삼각형 EOM에서 } \overline{OM}^2 = x^2 - 6^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{삼각형 ANO에서 } \overline{ON}^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2 \dots \textcircled{2}$$

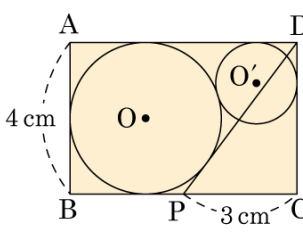
이 때, $\overline{OM} = \overline{ON} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } x^2 - 6^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2$$

$$\therefore x = 5\sqrt{2}$$



24. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직 사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외 접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름 은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

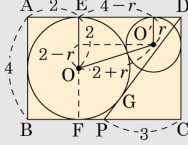
$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.
 $\triangle DPC$ 에서

$$\overline{DP} = \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$

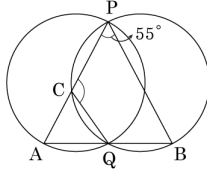
$$= 5(\text{cm})$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$
 또 $\overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$
 $\overline{ED} = \overline{DG}$ 이므로 $x + 3 = 5 - x$, $x = 1$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$



원 O' 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면
 $(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$
 $r^2 - 16r + 16 = 0$
 $\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원이 만나는 점을 P, Q 라 하고 점 Q 를 지나는 직선이 두 원과 만나는 점을 각각 A, B, 원과 $\overline{PA}$ 가 만나는 점을 C 라 하자. $\angle APB = 55^\circ$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 117.5°

해설

두 점 P, Q를 지나는 두 호의 길이가 같으므로

$$\angle PAQ = \angle PBQ = \frac{1}{2}(180^\circ - 55^\circ) = 62.5^\circ$$

$$\therefore \angle PCQ = 180^\circ - \angle PBQ = 117.5^\circ$$