

1. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은

$8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $2x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 12

③ 15

④ 17

⑤ 20

해설

$$x - 3 = 2, y - 2 = 5$$

$$\therefore x = 5, y = 7$$

$$\therefore 2x + y = 17$$

4. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

5. 방정식 $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

6. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

7. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

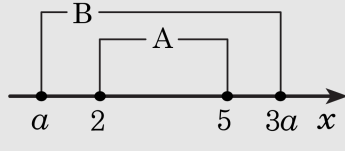
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

8. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

9. $a - b < 0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |a+b|$ 를 간단히 하면?

① b

② $2b$

③ $a - 2b$

④ $2a + b$

⑤ 0

해설

$$a - b < 0, \sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab} \text{ 이므로 } a < 0, b < 0$$

따라서 $a - b < 0, a + b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2} - |a+b| &= |a-b| - |a+b| \\ &= -(a-b) + (a+b) \\ &= -a + b + a + b = 2b\end{aligned}$$

10. $-1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2x + k$ 의 최댓값이 3 일 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + k + 1$$

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 는

$x = 1$ 일 때, 최대이고

최댓값은 $k + 1$ 이므로 $k + 1 = 3$

$$\therefore k = 2$$

따라서, $f(x) = -(x-1)^2 + 3$ 이므로

$x = 1$ 일 때 최댓값 3을 갖는다.

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(-1) = -1$, $f(2) = 2$

이므로 최소는 $x = -1$ 일 때, 최솟값

-1 을 갖는다.

11. 두 방정식 $ax - 6y - 2 = 0$,
 $2x - (2a - 5)y - 1 = 0$ 에 대하여,
두 방정식을 동시에 만족하는 x 가 없도록 a 의 값을 정하면 ?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -5 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{6}{2a-5} \neq \frac{2}{1} \text{에서 } a(2a-5) = 12,$$

$$2a^2 - 5a - 12 = 0,$$

$$(2a+3)(a-4) = 0,$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}, 4$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}$$

12. 이차함수 $y = x^2 - ax + 4$ 의 그래프가 항상 x 축보다 위에 있도록 하는 실수 a 의 범위는?

① $-1 < a < 1$

② $-2 < a < 2$

③ $a < -2, a > 2$

④ $-4 < a < 4$

⑤ $a < -4, a > 4$

해설

항상 x 축위에 있는 조건은 $D < 0$ 이다. 위 식에서 $D = a^2 - 16 < 0$ 이어야 한다.

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때의 나머지가 3이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때의 나머지가 $3x$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① 3

② $3x + 3$

③ $3x - 3$

④ $6x - 9$

⑤ $9x + 6$

해설

$$f(x) = (x-2)(x-1)Q(x) + 3$$

$$f(x) = (x-3)(x-1)Q'(x) + 3x$$

$\therefore f(2) = 3, f(3) = 9f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때의 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q''(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 9$$

$$a = 6, b = -9$$

$\therefore$ 나머지는 $6x - 9$

14. 이차방정식 $ax(x-1)+bx(x-1)+c(x^2+1)=0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\frac{c}{(\alpha-1)(\beta-1)}$ 의 값은?

- ① $\frac{a+b+c}{2}$
- ② $a+b+c$
- ③ $ab+bc+ca$
- ④ $\frac{ab+bc+ca}{2}$
- ⑤ abc

해설

(I) 주어진 식을 정리하면
 $(a+b+c)x^2-(a+b)x+c=0$ ($a+b+c \neq 0$)
 $\alpha+\beta=\frac{a+b}{a+b+c}, \alpha\beta=\frac{c}{a+b+c}$
(II) (준식) $=\frac{c}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$
 $=\frac{c(a+b+c)}{c-(a+b)+(a+b+c)}$
 $=\frac{c(a+b+c)}{2c}=\frac{a+b+c}{2}$

15. $y = x^2 + (m-1)x + m$, $y = x$ 를 동시에 만족하는 (x, y) 가 없도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $4 - 2\sqrt{2} \leq m \leq 4 + 2\sqrt{2}$
② $4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$
③ $2 - 2\sqrt{3} < m < 2 + 2\sqrt{3}$
④ $m \leq 4 - 2\sqrt{2}$ 또는 $m \geq 4 + 2\sqrt{2}$
⑤ $m < 4 - 2\sqrt{3}$ 또는 $m > 4 + 2\sqrt{3}$

해설

두 함수 $y = x^2 + (m-1)x + m$, $y = x$ 의 그래프는 교점이 없어야 한다.

$$x^2 + (m-1)x + m = x,$$

$$x^2 + (m-2)x + m = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (m-2)^2 - 4m < 0$$

$$m^2 - 8m + 4 < 0$$

$$\therefore 4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$$