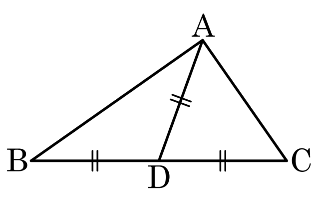
1. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이면 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



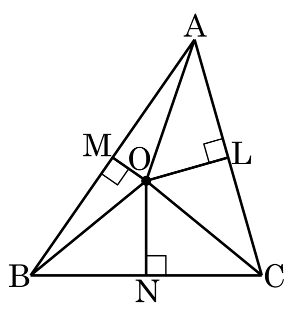
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 직각삼각형의 외심이다.

2. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 두 변 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 의 수직이등분선이 만나는 점 O 에서 변 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 $\overline{OL}$ 이라 할 때 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?



㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$	㉡ $\overline{AL} = \overline{CL}$
㉢ $\overline{OM} = \overline{OL}$	㉣ $\triangle AOL \equiv \triangle COL$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

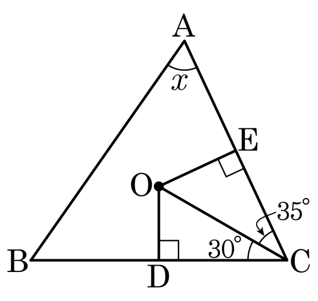
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이다.
$\therefore \overline{AL} = \overline{CL} \cdots$ (㉡)
$\triangle AOL \equiv \triangle COL$ (SAS 합동) $\cdots$ (㉣)
$\triangle AOM$ 과 $\triangle BOM$ 에서 $\overline{OM}$ 은 공통,
$\overline{AM} = \overline{BM}$, $\angle OMA = \angle OMB = 90°$
$\triangle AOM \equiv \triangle BOM$
$\overline{OA} = \overline{OB}$
$\triangle OBN$ 과 $\triangle OCN$ 에서 $\overline{ON}$ 은 공통
$\overline{BN} = \overline{CN}$
$\angle ONB = \angle ONC = 90°$
$\triangle OBN \equiv \triangle OCN$
$\overline{OB} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \cdots$ (㉠)

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°　② 50°　③ 60°　④ 70°　⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$

$\angle OBA = \angle OAB$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠

$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡

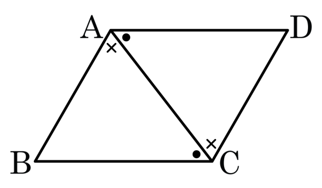
$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢

$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$

$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



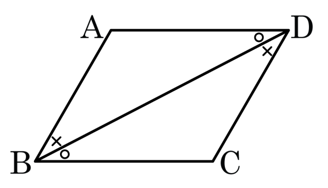
□ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} /\!/ \boxed{\text{ㄴ}}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore$ $\boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS
⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

5. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



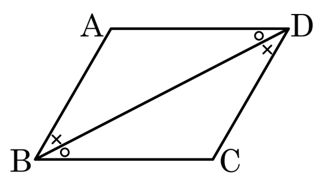
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

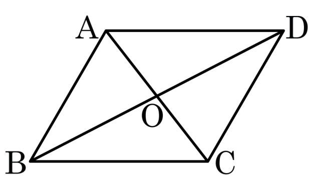


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)
∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : ∠ABD　③ ㄷ : ∠CDB
④ ㄹ : $\overline{BD}$　⑤ ㅁ : ASA

해설
③ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 ∠ADB = ∠CBD 이다.

7. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



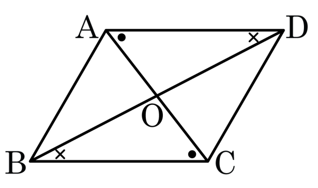
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$
② ㄴ : $\overline{CD}$
③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각
⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

8. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

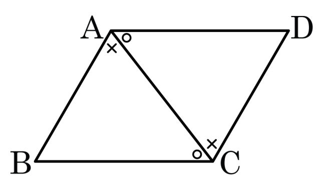
④ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{AD}$, $\overline{CD} \,/\!/\, \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

9. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



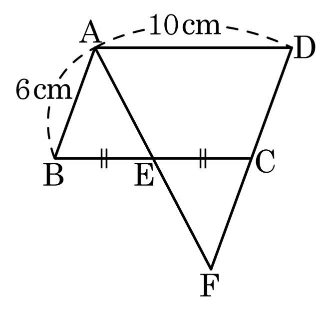
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} /\!/ \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉡
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC \cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$
② ㄴ : $\overline{AC}$
③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$
⑤ ㅁ : SAS

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하면 ?



① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle$EAB 와 $\triangle$EFC 에서
$\angle$BEA $=$ $\angle$CEF ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle$EAB $=$ $\angle$EFC ($\because$ 엇각)
$\overline{EB} = \overline{EC}$ ($\because$ 가정) 이므로
$\triangle$EAB $\equiv$ $\triangle$EFC (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{AB} = \overline{FC} = 6\text{cm}$ 이고, □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다.
$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

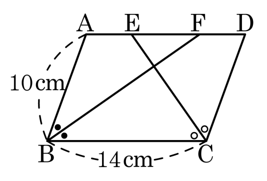
11. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 12$, $\angle ADB = 34°$ 일 때, 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

① $\overline{CD} = 12$, $\angle CBD = 56°$
② $\overline{AD} = 12$, $\overline{CD} = 8$
③ $\overline{CD} = 10$, $\angle ABC = 56°$
④ $\overline{AD} = 10$, $\angle ABD = 34°$
⑤ $\overline{AD} = 12$, $\angle CBD = 34°$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 14\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



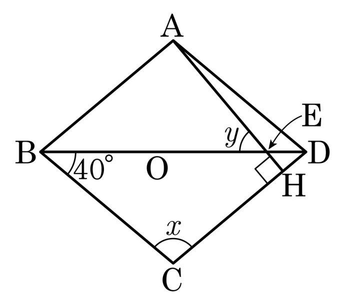
▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 6 cm

해설

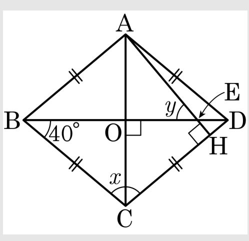
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AB}} = 10\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}} = 10\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{ED}} - \overline{\mathrm{EF}} = 14\ (\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{EF}} = 10 + 10 - 14 = 6\ (\mathrm{cm})$

13. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



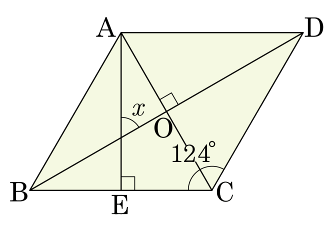
① $x = 90°,\ y = 45°$
② $x = 95°,\ y = 45°$
③ $x = 90°,\ y = 40°$
④ $x = 100°,\ y = 50°$
⑤ $x = 100°,\ y = 40°$

해설



(1) $\angle CBO = 40°$ 이고, $\angle BOC = 90°$ 이므로,
$\angle BCO = 50°$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로
$\therefore \angle x = 100°$
(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40°,\ \angle DHE = 90°$
이므로, $\angle DEH = 50°$
$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로
$\therefore \angle y = 50°$
$\therefore \angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle C = 124°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



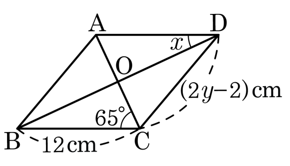
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 62°

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, 삼각형 BOC 과 DOC 는 합동이다.
그러므로 $\angle BCD$ 는 이등분된다. $\angle BCA = 62°$
삼각형 AEC 의 내각의 합에 의해서 $\angle EAC = 28°$ 가 된다.
그러므로 $\angle x = 62°$ 가 된다.

15. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



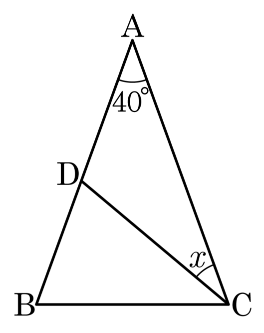
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y-2$, $y = 7$이다.
$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$

16. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$에서

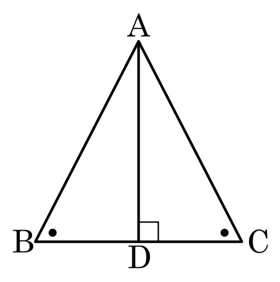
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

17. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.
⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설
① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

18. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것이다. 틀린 부분을 골라 바르게 고쳐라.

$\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 와의 교점을 점 P 라 하면 $\triangle APC$ 와 $\triangle BPC$ 에서 ㈎ $\overline{AC} = \overline{BC}$ ㈏ $\angle APC = \angle BPC$ ㈐ $\overline{CP}$ 는 공통 따라서 $\triangle APC$ 와 $\triangle BPC$ 는 ㈑SAS 합동 $\therefore \angle A = \angle B$

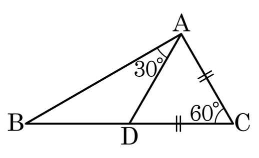
▶ 답:

▷ 정답: ㈏ $\angle BCP = \angle ACP$

해설

주어진 문제만으로는 $\angle APC = \angle BPC$ 인지 알 수 없다.

19. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



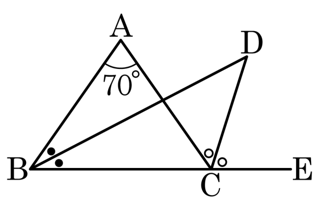
㉠ $\angle ADC = 50°$
㉡ $\angle A = 90°$
㉢ $\angle ABD = 40°$
㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

20. $\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이고, $\angle$C 의 외각의 이등분선과 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle\mathrm{A} = 70°$ 일 때, $\angle$D 의 크기는?



① 32.5°　② 35°　③ 37.5°　④ 40°　⑤ 42.5°

해설

$\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로

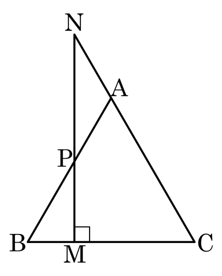
$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{ACB} = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{ACD} &= \frac{1}{2}(\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{ABC}) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle\mathrm{DBC} = \frac{1}{2}(\angle\mathrm{ABC}) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle\mathrm{D} &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AP} = \overline{BP}$

② $\overline{AP} = \overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$

④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$