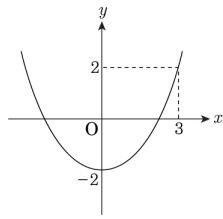


1. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



- ① $y = 4x^2 + 2$ ② $y = -4x^2 - 2$ ③ $y = 3x^2 - 2$
④ $y = \frac{2}{9}x^2 - 2$ ⑤ $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = ax^2 - 2$ 이고
 $(3, 2)$ 를 지나므로 $2 = 9a - 2$, $a = \frac{4}{9}$ 이다.
따라서 그래프의 식은 $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$ 이다.

2. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1, 3)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = x^2 - 4$

② $y = 2x^2 - 6$

③ $y = -x^2 + 4$

④ $y = -2x^2 + 5$

⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

$$(1) \text{ 에 대입하면 } q = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 1

③ -3

④ 3

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x + 1 \\ &= (x + 2)^2 - 3 \\ x &= -2 \text{ 일 때, 최솟값은 } -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

6. 세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

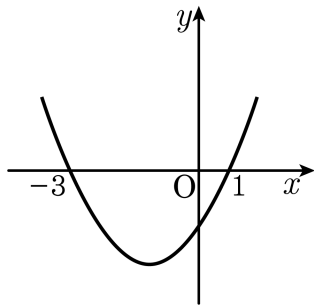
세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 각각 대입하면

$$a - b + c = 13, c = -2, a + b + c = -11$$

$$\therefore a = 3, b = -12, c = -6$$

$$\therefore y = 3x^2 - 12x - 2 = 3(x - 2)^2 - 8$$

7. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

(1, 0) 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

8. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

9. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

10. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

11. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

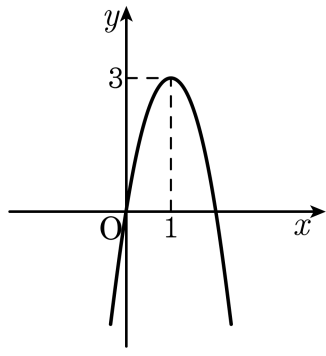
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

12. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x - 1)^2 + 3$ 이 $(0, 0)$ 을 지나므로

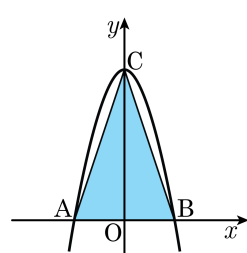
$$0 = a(0 - 1)^2 + 3, a = -3$$

$$y = -3(x - 1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$$

$$a = -3, b = 6, c = 0$$

$$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$$

13. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 (0,9) , 점 A 와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

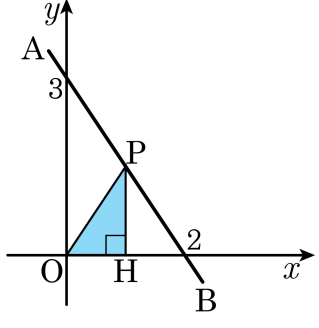
$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a \end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

15. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

16. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
 $45 = 45 + 40x - 5x^2$
 $5x^2 - 40x = 0$
 $x^2 - 8x = 0$
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

17. $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$, $2p - q \leq 3$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = -x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$y = -x^2 + px + q = -\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + q + \frac{p^2}{4}$$

이때, $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$ 이고 $0 \leq x \leq 1$ 이므로

최댓값 M 은 $x = \frac{p}{2}$ 일 때이다.

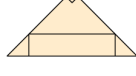
$$\therefore M = q + \frac{p^2}{4}$$

또한 $2p - q \leq 3$ 에서 $q \geq 2p - 3$

$$\therefore M \geq \frac{p^2}{4} + 2p - 3 = \frac{1}{4}(p + 4)^2 - 7$$

따라서 M 의 최솟값은 -7 이다.

18. 빗변의 길이가 40 인 직각이등변삼각형에 다음 그림과 같이 직사각형을 그릴 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

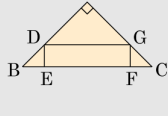


▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

다음 그림에서 선분 DE 의 길이를 x 라 하면
 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 45^\circ$ 이므로
 $\overline{BE} = x$ 이다.



마찬가지로 $\overline{FC} = x$

$$\therefore \overline{EF} = 40 - x - x = 40 - 2x$$

직사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 이다.