

1. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

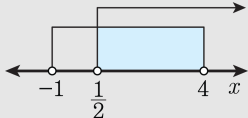
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

2. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 보인 것이다.

직선 BC를 x 축, 변 BC의 수직이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라고 하자. (단, $b \neq 0$, $c > 0$)

(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일 때 직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{(가)}} \left(x - \frac{a+c}{2} \right) + \frac{b}{2}$$

$$= \boxed{\text{(가)}}x + \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{7}$$

같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고 변 AB에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a+c}{b}x + \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{8}$$

두 직선 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직이등분선은 y 축 위의 점 $(0, \boxed{\text{(나)}})$ 에서 만난다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때

$\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 세 변의 수직이등분선은 D 또는 E에서 만난다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

위

의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형
- ② $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형
- ③ $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ④ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ⑤ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

해설

직선 AC의 기울기가 $\frac{b}{a-c}$ 이므로
변 AC에 수직인 직선의 기울기를 m 이라 하면 $\frac{b}{a-c} \cdot m = -1$ 에서 $m = -\frac{a-c}{b}$ 이다.

이때, 중점 E $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b}{2} \right)$ 이므로 변

AC에 수직인 직선의 방정식은

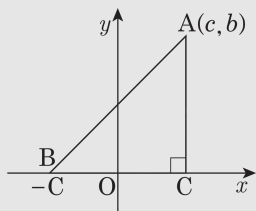
$$y = \left[-\frac{a-c}{b} \right] \left(x - \frac{a+c}{2} \right) + \frac{b}{2}$$

$$= -\frac{a-c}{b}x + \frac{a^2-c^2}{2b} + \frac{b}{2}$$

$$= \left[-\frac{a-c}{b} \right] x + \left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2b} \right]$$

즉, (가), (나)에 들어갈 것은 차례로 $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$ 이다.

한편, $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때는 다음 그림에서 보면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.



3. 두 함수 $f(x) = x + a$, $g(x) = x^2 - 1$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 실수 a 의 값을 정하면?

① 0

② -1

③ -2

④ 1

⑤ 4

해설

$g \circ f = f \circ g$ 에서

$$(x + a)^2 - 1 = x^2 - 1 + a,$$

$$x^2 + 2ax + a^2 - 1 = x^2 - 1 + a$$

$$\text{즉 } 2ax + a^2 - a = 0$$

모든 실수 x 에 대해 성립하려면 $a = 0$

4. $f(2) = -15$, $g(-2) = 5$ 인 두 이차식 $f(x)$, $g(x)$ 의 곱이 $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$, 최소공배수가 $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 일 때, $f(-2) + g(2)$ 의 값은?

① 8

② 18

③ 28

④ 38

⑤ 48

해설

곱이 $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ 이고,

최소공배수가 $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 이므로

두 이차식은 $(x+3)(x-5)$, $(x+3)(x+7)$

$f(2) = -15$ 이므로 $f(x) = (x+3)(x-5)$

$g(-2) = 5$ 이므로 $g(x) = (x+3)(x+7)$

$$\begin{aligned}\therefore f(-2) + g(2) &= (-2+3)(-2-5) + (2+3)(2+7) \\ &= (-7) + 45 = 38\end{aligned}$$

5. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수} \right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$