

1. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x + y = -1$$

2. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

3. 세 점 A (8, 0), B (-4, 0), C (0, 6)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 수심의 좌표를 구하면?

- ① (0, -1) ② $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$
④ (-5, 3) ⑤ $\left(0, \frac{16}{3}\right)$

해설

삼각형의 세 수선은 한 점에서 만나므로
C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선 ... (1) 과
B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선 ... (2) 의
교점을 구한다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 0

$\therefore$ (1)은 $x = 0$

$\overline{AC}$ 의 기울기는 $-\frac{3}{4}$

$\therefore$ (2)는 $y = \frac{4}{3}(x + 4)$

두 식을 연립하면 $x = 0, y = \frac{16}{3}$

4. 점 $A(-2, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

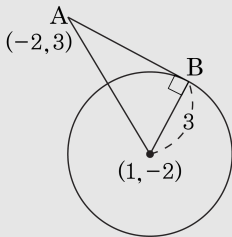
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 $(1, -2)$, 반지름은 3 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



5. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 가 옮겨진 점의 좌표는?

① $(2, 1)$

② $(2, 0)$

③ $(-2, 1)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(1, -2)$

해설

$$(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$$

$$\Rightarrow (1, 2) \rightarrow (1 + 1, 2 - 2) = (2, 0)$$

6. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로
두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

7. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

⑦은 x 에 대한 항등식이므로
양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

8. 두 복소수 $\alpha = a - 2i, \beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha - \bar{\beta} = \overline{3 + 2i}$ 를 만족하는 실수를 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ -4

④ 8

⑤ -8

해설

$$\alpha = a - 2i$$

$$\bar{\beta} = \overline{5 + bi} = 5 - bi$$

$$\alpha - \bar{\beta} = a - 2i - (5 - bi) = \overline{3 + 2i}$$

$$(a - 5) + (b - 2)i = 3 - 2i$$

$$\begin{cases} a - 5 = 3 & \therefore a = 8 \\ b - 2 = -2, & \therefore b = 0 \end{cases}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$$

2와 -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - (2 - 1)x + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + ax + b = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

10. 좌표평면 위의 세 점 $A(3, 3)$, $B(-3, 0)$, $C(3, 0)$ 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

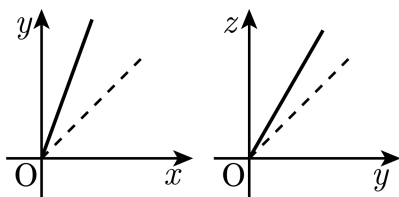
⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (a-3)^2 + (b-3)^2 + (a+3)^2 + b^2 + (a-3)^2 + b^2 \\ &= 3(a^2 + b^2 - 2a - 2b + 12) \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-1)^2 + 30 \end{aligned}$$

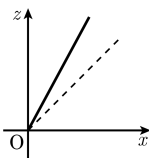
따라서 $a = 1$, $b = 1$ 일 때, 최솟값 30 을 갖는다.
 $\therefore a + b = 2$

11. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y, y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

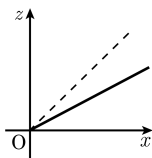


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

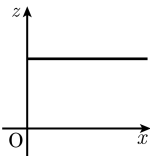
①



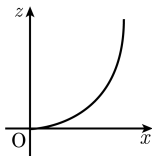
②



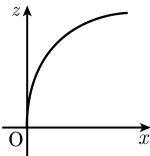
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를

식으로 나타내면 $y = ax(a > 1), z = by(b > 1)$

$\therefore z = b(ax) = abx (ab > 1)$

따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

12. 서로 다른 두 직선 $2x - ay - 2 = 0$, $x - (a - 3)y - 3 = 0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{6}}{5}$

② $\frac{\sqrt{7}}{5}$

③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - ay - 2 = 0 \\ x - (a - 3)y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{정리하면}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \\ y = \frac{1}{a-3}x - \frac{3}{a-3} \end{cases} \quad \text{평행하므로}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{a-3}$$

$\therefore a = 6$ 대입하면

$$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3y - 1 = 0$ 위의 점 $(1, 0)$ 과 $x - 3y - 3 = 0$ 과의 거리는

$$\therefore \frac{|1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

13. 점 A(-3, 0)에서 원 $(x+1)^2 + (y-6)^2 = r^2$ 에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, r 의 값은? (단, $r > 0$)

① 4

② $3\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{6}$

⑤ 5

해설

원 $(x+1)^2 + (y-6)^2 = r^2$ 은 중심이 $O(-1, 6)$ 이고

반지름의 길이가 $r(r > 0)$ 인 원이다.

점 A에서 이 원에 그은 두 접선이 서로 수직이면 다음 그림과 같이

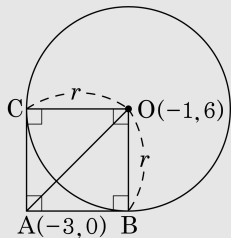
□ABOC는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이 된다.

이 때, 두 점 A와 O 사이의 거리가 $r\sqrt{2}$ 가 되어야 하므로

$$\sqrt{\{-1 - (-3)\}^2 + (6 - 0)^2} = r\sqrt{2}$$

$$\sqrt{40} = r\sqrt{2}$$

$$\therefore r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



14. $x^2 + xy - 2y^2 + 2x + 7y + k = f(x, y)$ 라 할 때, $f(x, y) = 0$ 이 두 개의 직선을 나타내도록 k 의 값을 정하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x, y) = x^2 + (y + 2)x - 2y^2 + 7y + k = 0$$

주어진 식이 두 개의 직선을 나타내려면

x, y 에 관한 일차식으로 인수분해되어야 하므로

근의 공식에서 근호 안의 식($= D$)이 완전제곱꼴이어야 한다.

$$D = (y + 2)^2 - 4(-2y^2 + 7y + k)$$

$$= 9y^2 - 24y + 4 - 4k \quad \cdots (i)$$

(i)이 완전제곱식이어야 하므로

(i)의 판별식

$$\frac{D}{4} = (-12)^2 - 9(4 - 4k) = 0$$

$$108 + 36k = 0 \quad \therefore k = -3$$

15. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 2k+1 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

두 근을 α, β ($\alpha \geq \beta$) 라 하면 근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -(k+1) & \dots\dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = 2k+1 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ②을 하면 $\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) = -1$

$$\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 4 = 3, \quad (\alpha + 2)(\beta + 2) = 3$$

α, β 가 정수이므로 $(\alpha + 2, \beta + 2) = (3, 1), (-1, -3)$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (1, -1), (-3, -5)$$

①에서

$$k = -(\alpha + \beta + 1) \text{ 이므로 } k = -1, 7$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 7$$