

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 수학을 잘하는 학생들의 모임

② 예쁜 신발들의 모임

③ 가장 작은 자연수의 모임

④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임

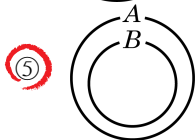
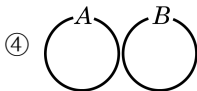
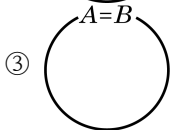
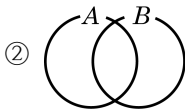
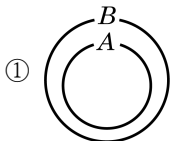
⑤ 채소들의 모임

해설

③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1

⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ...

2. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A$, $A \neq B$

3. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$

④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

① $2^5 = 32$ (개)

② $2^5 = 32$ (개)

③ $2^4 = 16$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ $2^5 = 32$ (개)

4. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

① 4 개

② 7 개

③ 8 개

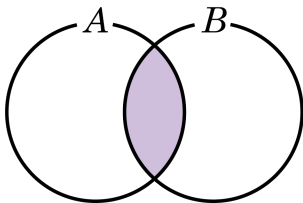
④ 9 개

⑤ 16 개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

5. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 6, 10, 12, 18\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서의 색칠한 부분의 집합은 ?



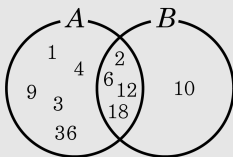
- ① $\{12, 36\}$ ② $\{1, 2, 6, 8, 12, 24, 36\}$
 ③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{6, 12, 18\}$
 ⑤ $\{2, 6, 12, 18\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{2, 6, 12, 18\}$ 이다.

6. 두 집합 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $D = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, $D - C$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6, 12\}$

해설

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, D \cap C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D - C = D - (D \cap C) = \{6, 12\}$$

7. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

8. 다음 명제 중에서 그 부정이 참인 것을 모두 고르면?

① $2 < \sqrt{6} \leq 3$

② 2는 소수가 아니다.

③ $2 > 3$ 또는 $3 \leq 5$

④ $2 \leq \sqrt{3} < 3$

⑤ 24는 4와 6의 공배수이다.

해설

거짓인 명제의 부정은 참이므로 거짓인 명제를 찾으면 된다. ①, ③, ⑤는 참인 명제이고, 2는 소수이고 $\sqrt{3} = 1.7\cdots$ 이므로 ②, ④는 거짓인 명제이다.

9. 다음 중 옳게 연결된 것은?

① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

10. 집합 $A = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B - A = \{\{1\}, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in B$

② $\{1\} \in B$

③ $\{1, \{1\}\} \subset B$

④ $\{1, 2\} \in B$

⑤ $\{1, 2, \{1\}, \{2\}\} \subset B$

해설

⑤에서 $\{2\}$ 라는 원소는 A, B 어느 곳에도 존재하지 않는다.

11. 두 집합 $A = \{a + 1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$$

13. 두 조건 $A = \{1, a^3 - 3a\}$, $B = \{a + 2, a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2$, $a^2 - a - 2 = 0$, $a = -1$ or 2

$a = -1$ 이면, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\}$ 즉, 조건에 어긋난다.

$\therefore a = 2$ 이면, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

14. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

15. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

16. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

㉠ $a = 5$

㉡ $b = 1$

㉢ $B \subset A$

㉤ $A = B$

㉥ $a + b = 8$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,
 a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

㉠ $a = 7$

17. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cap C) \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이다.

먼저 집합 A 와 C 의 교집합을 구하면 $\{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

$(A \cap C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은 $1+2+3+4+5+7+8+11+13+17+19 = 90$ 이다.

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{5, 6\}$ 일 때, $n(A - B)^c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{5, 6\}$ 에서 $A - B = \{1, 2, 3\}$ 이다.

따라서 $(A - B)^c = U - (A - B) = \{4, 5, 6\}$ 이다.

$$\therefore n((A - B)^c) = 3$$

19. 전체 60 명의 학생 중 우산을 가져온 학생 35 명, 비옷을 가져온 학생 20 명, 둘 다 가져온 학생이 12 명이다. 우산과 비옷 중 하나만 가져온 학생의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 31 명

해설

$$n(U) = 60, n(A) = 35, n(B) = 20, n(A \cap B) = 12$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 35 + 20 - 12 = 43 \text{ 이다.}$$

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 43 - 12 = 31 \text{ 이다.}$$

20. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $p \rightarrow r$

② $\sim q \rightarrow p$

③ $p \rightarrow \sim q$

④ $r \rightarrow q$

⑤ $r \rightarrow \sim q$

해설

$$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T)$$

$$\sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r(T)$$

21. 다음은 명제 「 x, y 가 정수일 때 xy 가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면 $x = 2m + 1, y = (나)$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① x 또는 y 가 짝수, $2n$
- ② x, y 중 하나만 짝수, $2n$
- ③ x, y 중 하나만 홀수, $2n + 1$
- ④ x, y 모두 홀수, $2n + 1$
- ⑤ x, y 모두 짝수, $2n + 1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y 가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m + 1$, (나): $y = 2n + 1$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

22. 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 차례대로 바르게 나열한 것은? (단, x, y, z 는 실수)

㉠ $p : x^2 + y^2 > 0, q : x \neq 0, y \neq 0$

㉡ $p : x + z > y + z, q : x > y$

① ㉠ 필요조건 ㉡ 충분조건

② ㉠ 충분조건 ㉡ 필요조건

③ ㉠ 충분조건 ㉡ 필요충분조건

④ ㉠ 필요충분조건 ㉡ 필요충분조건

⑤ ㉠ 필요조건 ㉡ 필요충분조건

해설

㉠ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

㉡ 주어진 명제와 역 모두 참이다.

23. 두 실수 a, b 에 대하여 두 등식 $a + b = |a + b|$, $|a + b| = |a| + |b|$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $a + b \geq 0$

② $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$

③ $a \geq 0$ 또는 $b \geq 0$

④ $ab \geq 0$

⑤ $ab \leq 0$

해설

$$a + b = |a + b|, |a + b| = |a| + |b| \Rightarrow a + b = |a| + |b|$$

$$\therefore a \geq 0 \text{이고 } b \geq 0$$

24. $a \leq x \leq 6$ 은 $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 필요조건이고, $b \leq x \leq 4$ 은 $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 충분조건일 때 a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\{x|2 \leq x \leq 5\} \subset \{x|a \leq x \leq 6\}$$

$$\therefore a \leq 2$$

$$\{x|b \leq x \leq 4\} \subset \{x|2 \leq x \leq 5\}$$

$$\therefore 2 \leq b$$

a 의 최댓값은 2, b 의 최솟값은 2

$$\therefore 2 + 2 = 4$$

25. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q$ 이므로 $P \subset Q$

$\therefore q$ 는 p 이기 위한 필요조건