

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$
 $x = 1$ 대입, $c = 2$
 $x = -1$ 대입, $b = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

2. 항등식 $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수 A, B 를 구할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x=2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A + B = 2$$

3. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

4. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

5. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면
나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$
 $\therefore k = -12$

6. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

7. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

8. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

9. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

11. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

12. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

13. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$
- ② $a = 2, b = 2$
- ③ $a = 2, b = 0$
- ④ $a = 0, b = 2$
- ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$
이 식을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$
이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

14. x 에 대한 다항식 $(ax - 1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.

즉, $(a - 1)^3 = 125, a - 1 = 5$

$\therefore a = 6$

15. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2046 ⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$

$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

16. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.
여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

17. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가 $-2x+1$ 일 때, $f(x^2+3)$ 을 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^3+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=4 \text{를 대입하면 } f(4) = -7$$

$$\textcircled{2} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } f(4) = R$$

$$\therefore R = -7$$

19. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=1$
- ④ $d=4$
- ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	b	1
		c	d	1
	1	3	-1	2

- ① $a = 3$
- ② $b = 2$
- ③ $c = -1$
- ④ $d = -3$
- ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

-1	1	a	b	1
		-1	$-a + 1$	$-b + a - 1$
	1	$a - 1$	$b - a + 1$	$-b + a$

이때 $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$ 이므로

$k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.