

1. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수 $f(x)$ 가 다음과 같이 주어질 때 $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ 를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

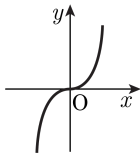
해설

다음 요령에 따르면 된다.

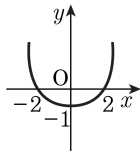
$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1, f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3, f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

2. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

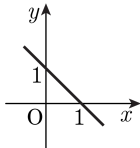
①



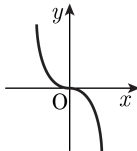
②



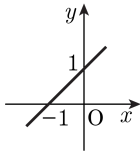
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

3. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$f(x) = x, \quad g(x) = |x|$$
$$h(x) = x^3, \quad k(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{2}$$

① f

② f, h

③ f, g, h

④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.

$h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

4. 두 함수 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

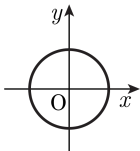
해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$

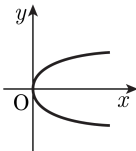
$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

5. 다음 그래프 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프가 될 수 있는 것은?

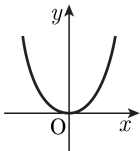
①



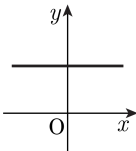
②



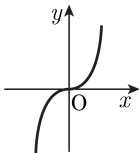
③



④



⑤



해설

일대일 대응의 정의에 의해 ⑤번이다.

6. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

① $y = x - 2$

② $y = x + 2$

③ $y = -x - 2$

④ $y = -x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

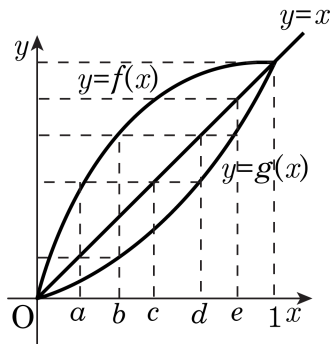
해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

7. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$f(x) = d \quad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

8. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

9. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $\frac{a^2x^2}{a^2x} = 2$

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 3 + \sqrt{6}$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{x+1}$

④ $\sqrt{(-3)^2} = -3$

⑤ $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$

해설

① 방정식이므로 참, 거짓 판별 못함.

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - \sqrt{6} : \times$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = 1 - \frac{x}{x+1}$
 $= \frac{1}{x+1} : \bigcirc$

④ $\sqrt{(-3)^2} = 3 : \times$

⑤ $\frac{a}{b} \neq \frac{a+1}{b+1} : \times$

10. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 b^2} = \square$ 이다. $\square$ 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-ab$

해설

$a^2 > 0$, $b^2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고

$b < 0$ 일 때, $|b| = -b$

따라서 $\sqrt{a^2 b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

11. 등식 $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = -3$

② $a = 1, b = -2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = -2, b = -1$

⑤ $a = -2, b = 3$

해설

$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

$$\therefore a = 2, b = -3$$

12. 분수함수 $y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1, y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1, y=6$ 이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 5$$

13. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$f(x) = -3x + k, g(x) = 2x + 4 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

$$\therefore k = -16$$

14. 두 함수 f, g 를 $f(x) = x - 1, g(x) = 2x + 4$ 로 정의할 때, $(f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f \\ &= f \cdot (f^{-1} \cdot g^{-1}) \cdot f \\ &= g^{-1} \cdot f \\ \therefore (f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3) \\ &= (g^{-1} \cdot f)(3) \\ &= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) \\ &\text{이 때, } g^{-1}(2) = a \text{라 하면} \\ &g(a) = 2 \text{에서 } 2a + 4 = 2 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

15. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

16. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

17. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = a \neq 0 \text{ 라 하면}$$

$$x = 2a, y = 3a$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2} &= \frac{4a^2 - 48a^2 + 9a^2}{4a^2 - 9a^2} \\ &= \frac{-35a^2}{-5a^2} = 7 \end{aligned}$$

18. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

19. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{의 값은?}$$

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

20. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

① 8

② 6

③ 1

④ -6

⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,

y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로

$y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,

y 축의 방향으로 -1만큼 이동시킨 것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로

$$\therefore abc = 6$$

21. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3 만큼

y 축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.

따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로

$$\therefore n - m = 1$$

22. 다음 중 평행이동에 의하여 그 그래프를 $y = \frac{1}{x}$ 과 겹칠 수 없는 것은?

① $y = \frac{-x}{x+1}$

② $y = \frac{x}{x-1}$

③ $y = \frac{2x+1}{2x-1}$

④ $y = \frac{x-1}{x}$

⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3}$

해설

① $y = \frac{-(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 1$

② $y = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$

③ $y = \frac{(2x-1)+2}{2x-1} = \frac{1}{x-\frac{1}{2}} + 1$

④ $y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$

⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$

따라서 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이 아닌 것은 ④이다.

23. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 점 $(2, 7)$ 을 지나고 이 함수의 역함수가 $y = \frac{x+c}{x-3}$ 일 때, a, b, c 의 곱 abc 를 구하면?

① -27

② -9

③ -3

④ 3

⑤ 9

해설

점 $(2, 7)$ 을 지나면 역함수는 $(7, 2)$ 를 지난다.

$$2 = \frac{7+c}{7-3} \text{ 에서 } c = 1$$

이제 원래 함수를 구해보면 $y = \frac{x+1}{x-3}$ 에서

$$\Rightarrow x = \frac{y+1}{y-3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{x-1} \dots\dots \text{역함수}$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore abc = 3$$

24. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$