1. 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$x+y=2,\ xy-1=1 \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

2. $x+y+(2x-y)i=2+7i$를 만족하는 두 실수 $x,\ y$에 대하여 xy의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy=-3$

해설

$x+y=2,\ 2x-y=7$
$\therefore x=3,\ y=-1$
$\therefore xy=-3$

3. $-2 \le x \le 3$일 때, $3x-1$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$-2 \le x \le 3$에서 $-6 \le 3x \le 9$, $-7 \le 3x-1 \le 8$
따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7이므로 두 값의 합은 1이다.

4. $i^{2000} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}$ 의 값을 구하면?

① 1　② $1-i$　③ $1+i$　④ -1　⑤ 0

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$i^{4k} = 1,\ i^{4k+1} = i,\ i^{4k+2} = -1,\ i^{4k+3} = -i$

(준식) $= 1 + (-1) + (-i) + 1$

$= 1 - i$

5. $x = 1 + \sqrt{2}i,\ y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

6. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

ㄱ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3$

ㄴ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\dfrac{2}{-6}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

ㄹ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ, ㄹ

④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

해설

ㄱ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$

∴ 옳지 않다.

ㄴ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

ㄹ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

7. $2x^2 + 4x - 1 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha + \beta = -2,\ \alpha\beta = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$

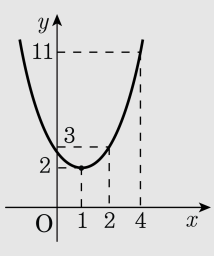
8. $2 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

따라서 함수의 그래프는 점$(1, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로



(i) $x = 2$ 일 때 최소이며, 최솟값은 $f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$

$\therefore\ m = 3$

(ii) $x = 4$ 일 때 최대이며, 최댓값은 $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$\therefore\ M = 11$

$\therefore\ M + m = 14$

9. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$의 근이 아닌 것은?

① -3　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$

$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$

$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = -3, -1, 1$ 또는 2

10. 연립부등식 $\begin{cases} x^2+x-6 \le 0 \\ |x-1| \le 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $-3 \le x \le 2$ ② $-2 \le x \le 2$ ③ $-1 \le x \le 2$
④ $0 \le x \le 2$ ⑤ $2 \le x \le 3$

해설

$x^2+x-6 \le 0$ 에서
$(x+3)(x-2) \le 0$
$-3 \le x \le 2 \cdots$ ㈎
$|x-1| \le 3$ 에서
$-3 \le x-1 \le 3$
$-2 \le x \le 4 \cdots$ ㈏
㈎, ㈏에서 $-2 \le x \le 2$

11. 이차방정식 $x^2+2(k-m)x+(k^2-n+4)=0$이 실수 k값에 관계없이 중근을 가질 때, 실수 $m+n$의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.
$D'=(k-m)^2-(k^2-n+4)=0$
모든 k에 대해 성립하려면
$-2m=0$, 그리고 $m^2+n-4=0$
$\therefore m=0,\quad n=4,\quad m+n=4$

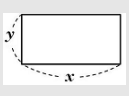
12. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5$ ……㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로
$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17$ ……㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore\ y = 6$
$y = 6$을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore\ xy = 11 \times 6 = 66$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ 5x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$ 의 근을 $x = \alpha,\ y = \beta$라 할 때, $\alpha + \beta$의 최댓값은?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \cdots ① \\ 5x^2 - y^2 = 4 \quad \cdots ② \end{cases}$

①식 인수분해 : $(2x - y)(x - y) = 0$

$\therefore\ y = 2x, y = x$

②식에 대입하면

$y = 2x \rightarrow 5x^2 - (2x)^2 = 4,$

$x^2 = 4,\ x = \pm 2, y = \pm 4$

$y = x \rightarrow 5x^2 - x^2 = 4,\ 4x^2 = 4$

$x^2 = 1,\ x = \pm 1, y = \pm 1$

$x = \alpha, y = \beta$에서

$\alpha + \beta$: $2 + 4 = 6,\ -2 - 4 = -6$

$1 + 1 = 2\ ,\ -1 - 1 = -2$

$\therefore \alpha + \beta$의 최댓값은 6

14. x의 이차방정식 $x^2+(2m-1)x+m^2-m-2=0$의 두 근이 모두 양이고, 또 한 근이 다른 근의 2배일 때, 실수 m의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$D=(2m-1)^2-4(m^2-m-2)=9>0$이므로
서로 다른 두 실근을 갖는다.
두 근을 α, 2α라 하면
$\alpha+2\alpha=-(2m-1)>0$ ……㉠
$\alpha\times 2\alpha=m^2-m-2>0$ ……㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
$m<-1$ ……㉢
또, ㉠에서의 $\alpha=\dfrac{1-2m}{3}$을 ㉡에 대입하여 풀면 $m=-4,\ 5$
조건 ㉢에 의해서 $m=-4$