1. 등식 $(x-2)(ax-3)=4x^2+bx+c$가 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c$의 값을 구하면?

① $a=4,\ b=5,\ c=6$

② $a=2,\ b=-10,\ c=5$

③ $a=4,\ b=-11,\ c=6$

④ $a=2,\ b=-10,\ c=6$

⑤ $a=2,\ b=-9,\ c=5$

해설

(좌변)$=ax^2-(2a+3)x+6$이므로

$ax^2-(2a+3)x+6=4x^2+bx+c$

계수를 비교하면 $a=4,\ -2a-3=b,\ 6=c$

이것을 풀면 $a=4,\ b=-11,\ c=6$

2. x에 대한 항등식 $a(x+1)+b(x-1)=x+3$에서 $a,\ b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

준식을 정리하면

$(a+b)x+a-b=x+3$

계수비교법에 의하여

$a+b=1,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1$

3. $\dfrac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i　　② $-i$　　③ $-\dfrac{i}{2}$　　④ $\dfrac{1-i}{2}$　　⑤ $\dfrac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}=\frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1}=\frac{-i}{1}=-i$$

4. x에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k는 상수)

① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$를 대입하면

$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$

$4k - 2 - k - 7 = 0,\ 3k = 9,$

$\therefore\ k = 3$

$3x^2 - x - 10 = 0,\ (3x+5)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 2, -\frac{5}{3}$

5. 삼차방정식 $x^3+27=0$의 모든 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+3^3=0$, $(x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore x=-3, \dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

합 : $-3+\dfrac{3+3\sqrt{3}i}{2}+\dfrac{3-3\sqrt{3}i}{2}=0$

해설

$x^3+27=0$에서 x^2의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

6. 점 $(2, -1)$ 을 지나고, 기울기가 -3 인 직선의 방정식이 $ax+by-5=0$ 일 때 $a+b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

점 $(x_1,\ y_1)$ 을 지나고 기울기가 m 인
직선의 방정식은 $y-y_1=m(x-x_1)$ 이므로
구하는 직선의 방정식은 $y-(-1)=-3(x-2)$
즉 $y=-3x+5\cdots$ ㉠
㉠을 직선의 방정식의 일반형으로 고치면
$3x+y-5=0$
$\therefore\ a+b=3+1=4$

7. 점 $(2, 5)$를 지나고 x 축에 평행한 직선이 $y = 3x - 4$ 와 만나는 교점의 좌표는?

① $(2, 2)$ ② $(3, 5)$ ③ $(4, 5)$
④ $(1, -1)$ ⑤ $(1, 2)$

해설
점 $(2, 5)$를 지나고
x 축에 평행한 직선의 방정식은
$y = 5$ 이므로 구하는 교점은 두 직선
$\begin{cases} y = 5 & \cdots ㉠ \\ y = 3x - 4 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 교점이다.
이 때, ㉠을 ㉡에 대입하면 $5 = 3x - 4$
$\therefore x = 3$
따라서, 교점의 좌표는 $(3, 5)$이다.

8. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a=2+3$, $a=-5$

$b=2\cdot 3=6$

$\therefore$ $-5x^2+6x+3=0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

9. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$라고 하면 $f(1) = 0$이므로

$(x-1)(x^2+x-12) = 0$

$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$

$\therefore\ -4 + 1 + 3 = 0$

10. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

11. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$ ② $a>9$ ③ $6<a\le 9$
④ $6\le a<9$ ⑤ $7<a<9$

해설
$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로
이 부등식의 $D<0$ 이다.
$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$
$\therefore 7<a<9$

12. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

13. $\begin{cases} x^2 - 3x \le 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \le \beta$일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2 - 3x \le 0$에서
$x(x-3) \le 0$이므로
$0 \le x \le 3 \cdots$ ㈎
$x^2 - 5x + 4 < 0$에서
$(x-1)(x-4) < 0$이므로
$1 < x < 4 \cdots$ ㈏
㈎, ㈏에 의해
$1 < x \le 3$이므로
$\alpha = 1, \beta = 3$
$\therefore \alpha + \beta = 4$

14. x축 위의 점 P로부터 직선 $4x+3y+2=0$까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4\cdot\alpha+3\cdot0+2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$$

$\therefore |4\alpha+2|=10$

$4\alpha+2=\pm10$

$\therefore \alpha=2,\ -3$

$\therefore$ 거리 l은 $l=2-(-3)=5$

15. 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(1,\ -2)$ 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x+1)^2+(y-1)^2=13$　　② $(x-1)^2+(y+1)^2=13$

③ $(x-1)^2+(y+1)^2=10$　　④ $(x+1)^2+(y-1)^2=10$

⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=9$

해설

A$(-3,\ 4)$, B$(1,\ -2)$가 지름의 양 끝점이므로

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이 원의 중심 O$(-1,\ 1)$ 이고,

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\mathrm{r}$

반지름 $r=\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{(-3+1)^2+(4-1)^2}$

$=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

$\therefore$ 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-1)^2=13$

16. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

17. 다음 원 $x^2+y^2=9$와 직선 $y=x+5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 0개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}>3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

18. 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 $(1,\ \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $x+\ \sqrt{2}y=4$ ② $x+\ \sqrt{3}y=4$ ③ $\sqrt{2}x+y=4$
④ $\sqrt{3}x+y=4$ ⑤ $x-\ \sqrt{3}=4$

해설
$(1,\ \sqrt{3})$이 원 위의 점이므로
$1\cdot x+\ \sqrt{3}\cdot y=4$
$\therefore x+\ \sqrt{3}y=4$

19. 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 원의 방정식은
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고
반지름의 길이가 2 이므로
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+3)^2=4$
$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+6y+6=0$
$\therefore a=2,\ b=-6,\ c=6$
따라서, 구하는 $a,\ b,\ c$ 의 값의 합은
$2+(-6)+6=2$

20. 함수 $y=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t=x^2-2x+3$ 으로 놓으면
$y=t^2-2t+1=(t-1)^2 \cdots$ ㉠
또, $t=(x-1)^2+2$ 이므로
$t\ge 2 \cdots$ ㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t=2$ 일 때 1 이다.

21. 실수 x, y 가 방정식 $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값과 최솟값을 구하면 ?

① 최댓값 1, 최솟값 −3
② 최댓값 3, 최솟값 −1
③ 최댓값 3, 최솟값 1
④ 최댓값 −1, 최솟값 −3
⑤ 최댓값 4, 최솟값 −1

해설

x에 관해 내림차순으로 정리하면
$4x^2 - 16x + y^2 + 2y + 13 = 0$
실수의 해를 가지므로
$\frac{D}{4} = (-8)^2 - 4(y^2 + 2y + 13) \geq 0$
$\therefore\ y^2 + 2y - 3 \leq 0$
$\therefore\ (y + 3)(y - 1) \leq 0$
$\therefore\ -3 \leq y \leq 1$
따라서, 최댓값은 1, 최솟값은 −3

22. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 x대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은
$x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ \dfrac{\beta+1}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

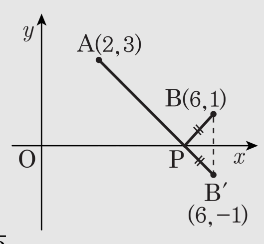
$f(x)=0$의 두 근을 α,β라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$
$\therefore\ x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ x=\dfrac{\beta+1}{4},$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

23. 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 x축 위에 있을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 구하면?

① 6　　② $4\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{5}+\sqrt{3}$
④ $3+\sqrt{17}$　　⑤ $2+\sqrt{3}$

해설

B(6, 1)을 x축에 대해 대칭 이동한 점을 B′이라 하면 그림에서
$\overline{BP}=\overline{B'P}$ 이므로,
$\overline{AP}+\overline{BP} = \overline{AP}+\overline{B'P} \geq \overline{AB'}$ 이므로
$\therefore$ ($\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값)
$=\overline{AB'}=\sqrt{(6-2)^2+(-1-3)^2}=4\sqrt{2}$



24. 두 직선 $3x-2y+1=0,\ 3x-2y-4=0$ 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ② $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$
④ $\frac{6\sqrt{13}}{5}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{13}}{5}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 구하면 된다.

$ex)3x-2y+1=0$의 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow \quad \frac{\left|-2\times\frac{1}{2}-4\right|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{13}}=\frac{5\sqrt{13}}{13}$$

25. 반지름의 길이가 2 이고, 중심이 $(4,\ 4)$ 인 원이 있다. 원점 O 와 중심을 잇는 선분이 원과 만나는 점을 $(a,\ b)$ 라고 할 때, a 의 값은?

① 3 ② $4-\sqrt{2}$ ③ $1+\sqrt{2}$
④ $2+\sqrt{2}$ ⑤ $3-\sqrt{2}$

해설

원의 방정식을 구해보면
$(x-4)^2+(y-4)^2=2^2\ \cdots$ ①
원점과 $(4,\ 4)$ 를 잇는 선분의 방정식 :
$y=x\ \cdots$ ②
①, ② 를 연립하면,
$x=4\pm\sqrt{2},\ y=4\pm\sqrt{2}$
$\therefore (a,b)=(4-\sqrt{2},\ 4-\sqrt{2})$
$(\because\ 0<a<4,\ 0<b<4)$

26. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼, 평행이동하면 직선 $4x - 3y - 4 = 0$ 에 접한다고 할 때 b 의 값은?(단, $b > 0$)

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

해설

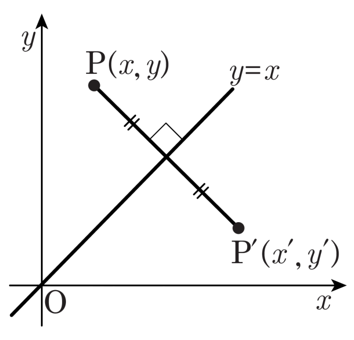
y 축 방향으로 b 이동시키면
$x^2 + (y - b)^2 = 1$ 이 된다.
이 원과 $4x - 3y - 4 = 0$ 이 접하므로,
원 중심과 직선 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\Rightarrow \quad \frac{|-3 \times b - 4|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1$$

$$\Rightarrow \quad |-3b - 4| = 5$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{1}{3} \quad (\because \ b > 0)$$

27. 다음은 점 $P(x, y)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P' 의 좌표를 구하는 과정이다. 이 때, (가) ~ (라) 에 알맞지 않은 것은?



점 $P(x, y)$ 를
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $P'(x', y')$ 이라고 하면
선분 PP' 의 중점
$M\left(\dfrac{x+x'}{2}, \dfrac{y+y'}{2}\right)$ 은
직선 (가) 위에 있으므로
$\dfrac{y+y'}{2}$ =(나)⋯⋯㉠
또한, 직선 PP' 은 직선 $y = x$ 와 수직이므로
1×(다) = −1 ← (수직인 두 직선의 기울기의 곱이 −1)
이것을 정리하면
$x' + y'$ =(라) ⋯⋯㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x' = y, y' = x$
따라서, 구하는 점 P' 의 좌표는 (마) 이다.

① (가) : $y = x$ ② (나) : $\dfrac{x+x'}{2}$ ③ (다) : $\dfrac{y'-y}{x'-x}$
④ (라) : $x + y$ ⑤ (마) : (x, y)

해설

구하는 점 P' 의 좌표는 (y, x) 이다.

28. $x+y=2,\ x^3+y^3=14$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $xy=-1$　② $x^2+y^2=6$　③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$　⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서

$14=2^3-3xy\times 2$

$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 에서

$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ 에서

$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서

$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$ 에서

$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

29. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab} \\
&= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc} \\
&= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc} \\
&= \frac{-3abc}{abc} = -3
\end{aligned}
$$

해설

$$
\begin{aligned}
& a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \\
&= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right) \\
&= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a} \\
&= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \quad (\because\ a+b+c=0) \\
&= -3
\end{aligned}
$$

30. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$인 직육면체의 겉넓이는?

① 88　　② 100　　③ 124　　④ 148　　⑤ 160

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 x, y, z라고 하면

$4(x+y+z)=60$에서 $x+y+z=15$

또, 대각선의 길이는

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{77}$이므로

$x^2+y^2+z^2=77$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이고

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$이므로

$77=15^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=225-77=148$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.

31. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 10　　⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$

$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20$,

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

32. 직선 $y = 2x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시켰더니 두 원 $x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 + 4x - ky + 1 = 0$ 의 공통현을 품는 직선이 되었다. 이 때, $m + k$ 의 값은 ?

① 2　　② -2　　③ $\frac{1}{2}$　　④ $-\frac{1}{2}$　　⑤ 0

해설

직선 $y = 2x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면 $y = 2x - 2m$
두 원의 공통현을 품는 직선을 구하면
$x^2 + y^2 + 4x - ky + 1 - (x^2 + y^2 - 9) = 0$
$4x - ky + 10 = 0 \cdots$ ①
그런데 ①과 $2x - y - 2m = 0$은 일치해야 하므로
$\frac{4}{2} = \frac{-k}{-1} = \frac{10}{-2m}$
$\therefore\ k = 2,\ m = -\frac{5}{2}$
$\therefore\ m + k = -\frac{1}{2}$

33. 원 $x^2+y^2+2ax+2y-6=0$ 이 원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의 둘레를 이등분할 때, a^2 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 8　　⑤ 9

해설

원 $x^2+y^2+2ax+2y-6=0$ 이
원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의
둘레를 이등분하려면
두 원의 교점을 지나는 직선이
원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 의 중심을 지나야
한다. 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2+2ax+2y-6)-(x^2+y^2+2x-2ay-2)=0$
$2(a-1)x+2(a+1)y-4=0$
$\therefore\ (a-1)x+(a+1)y-2=0\ \cdots$ ㉠
또, 원 $x^2+y^2+2x-2ay-2=0$ 을
표준형으로 바꾸면,
$(x+1)^2+(y-a)^2=a^2+3$ 이므로
중심의 좌표는 $(-1,\ a)$ 이다. 이 때, 직선 ㉠ 이
점 $(-1,\ a)$ 를 지나야 하므로 $-(a-1)+a(a+1)-2=0$
$a^2-1=0$,
$\therefore\ a^2=1$