

1. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\{\emptyset\} \subset A$

㉡ $\{1, 2, 4, 8\} = A$

㉢ $A \not\subset B$

㉣ $A = B$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

㉠은 $\{\emptyset\}$ 은 A 의 부분집합이 아니며, ㉢은

$A \subset B$ 이다. ㉣은 $16 \notin A$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{7, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, a + 2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같아야 한다.

집합 B 에서 $a + 2 = 7$ 이므로 $a = 5$ 이다.

3. 분수식 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{x-1}}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+1}{4}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x+1}{4}$$

4. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 만족할 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 20 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x+4y-8)-(xy+8)\sqrt{2}=0$$

$$\therefore 4x+4y-8=0 \Rightarrow x+y=2$$

$$\therefore xy+8=0 \Rightarrow xy=-8$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times(-8)=20$$

5. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$
$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

- ① $A < B$
- ② $A \leq B$
- ③ $A > B$
- ④ $A \geq B$
- ⑤ $A = B$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= 3x^2 - xy + 2y^2 - (2x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &= x^2 - 4xy + 5y^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + y^2 \\ &= (x - 2y)^2 + y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$

6. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x-2=t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x=t+2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평가의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\&= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\&\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\&= 12\end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

7. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

① 12 개 ② 27 개 ③ 36 개 ④ 64 개 ⑤ 81 개

해설

집합 X 의 원소 $-1, 0, 1$ 에 대응될 수 있는
집합 Y 의 원소가 각각 4 개씩이므로
 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개)

8. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

9. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

10. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

11. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

- ① $-2 \leq x \leq 1$ ② $0 \leq x \leq 1$ ③ $1 < x < 2$
④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x+1 \geq 0 \quad \therefore x \geq -1$
 $2-x \geq 0 \quad \therefore x \leq 2$
 $x-1 \geq 0 \quad \therefore x \geq 1$
공통부분을 구하면 $1 \leq x \leq 2$

12. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

13. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

14. 세 수 2^{60} , 3^{40} , 5^{30} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$

② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$

④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1 \text{ 따라서 } 2^{60} < 3^{40}$$

$$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1 \text{ 따라서 } 3^{40} < 5^{30}$$

$$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$$

15. 다항식 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

임의의 실수에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 를 만족하므로

$x = 1, y = 1$ 을 준식에 대입하면

$$1 = 1 \cdot 1 = f(1)f(1) = f(2) + f(0)$$

$$\therefore f(0) + f(2) = 1$$