1. 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$x+y=2,\ xy-1=1 \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

2. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

3. <보기> 중 직선 $y = 3x - 2$와 y절편이 같은 직선을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $y = 3(x-2)$　　㉡ $y = 3x - 1$

㉢ $y = 2(x-1)$　　㉣ $x + y + 2 = 0$

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢　④ ㉡, ㉢　⑤ ㉢, ㉣

해설

주어진 직선 $y = 3x - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
$y = -2$, 즉, y 절편이 -2 이므로
<보기> 중 절편이 -2 인 직선을 찾으면 된다.
㉠ $x = 0$ 일 때 $y = 3\times(-2) = -6$
　즉, y 절편이 -6 이다.
㉡ $x = 0$ 일 때 $y = -1$ 즉, 절편이 -1 이다.
㉢ $x = 0$ 일 때 $y = 2\times(-1) = -2$
　즉, y 절편이 -2 이다.
㉣ $x = 0$ 일 때 $y + 2 = 0$ 따라서 $y = -2$
　즉, y 절편이 -2 이다.
따라서, 직선 $y = 3x - 2$ 와 y 절편이 같은 직선은 ㉢, ㉣이다.

4. 세 점 P(1, 0), Q(0, −1), R(2, 2)을 지나는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이다. 이때, $a+c$의 값은?

① −1 ② −2 ③ −3 ④ 2 ⑤ 3

해설

P, Q, R의 좌표를 원의 방정식에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 1+a+c=0 & \cdots ㉠ \\ 1-b+c=0 & \cdots ㉡ \\ 2a+2b+c+8=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

∴ ㉠에서 $a+c=-1$

5. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, a, b, c를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$　② $-1,\ 1,\ 2$　③ $-2,\ -1,\ 1$

④ $-1,\ -1,\ -2$　⑤ $-1,\ 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2x-y^2+2y &= (x+y)(x-y)-2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

6. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$를 계산하여라.

① $x^2 + 1$　② $x^2 - 1$　③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$　⑤ $x^2 + 3$

해설

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$

$\therefore$ (준식)$= x^2 + 1$

7. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0$, $g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

8. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2) + 2ai = 2i$
복소수의 상등에서 $1-a^2 = 0,\ 2a = 2$
$\therefore\ a = 1$
$\therefore\ (1+ai)(1-ai) = (1+i)(1-i)$
$= 1-(-1)$
$= 2$

9. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y-z=1 & \cdots\cdots ② \\ x+2y-z=2 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=2$

▷ 정답 : $z=3$

해설

①+②에서 $3x+2y=7$ $\cdots\cdots$④
①+③에서 $2x+3y=8$ $\cdots\cdots$⑤
④, ⑤를 연립하여 풀면 $x=1,\ y=2$
이 값을 ①에 대입하면 $z=3$
$\therefore\ x=1,\ y=2,\ z=3$

10. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

11. 두 점 A(1), B(5)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{3\times5+1\times1}{3+1}=4$

$\therefore$ P(4)

$\frac{3\times5-1\times1}{3-1}=7$

$\therefore$ Q(7)

$\therefore$ $\overline{PQ}=|7-4|=3$

12. 두 점 $(2,\ 1)$, $(-3,\ -1)$을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+2)^2+(y+1)^2=29$ ② $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+y^2=\frac{29}{4}$

③ $(x-2)^2+(y-1)^2=29$ ④ $x^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{29}{4}$

⑤ $x^2+y^2=4$

해설

원의 중심은 $\left(\frac{2-3}{2},\ \frac{1-1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$ 이고,

반지름은 $\frac{\sqrt{(2+3)^2+(1+1)^2}}{2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$ 이다.

$\therefore \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+y^2=\frac{29}{4}$

13. 중심이 $(1,3)$ 이고, x 축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

x 축에 접하는 원의 반지름은 y 좌표의 절댓값과 같으므로,
$(x-1)^2+(y-3)^2=9$

14. 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

(i) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2\cdot 3-1)$ 즉, $(5,5)$
점 $(5,5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5,5+4)$
즉, $(5,9)$
(ii) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b-1)$
(i), (ii) 로부터 $2b-1=9 \quad \therefore b=5$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4a - 4$의 최솟값을 m이라 할 때, m의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 4a - 4 = (x - a)^2 - a^2 + 4a - 4$

이므로 $x = a$일 때 최솟값 $-a^2 + 4a - 4$를 가진다.

$\therefore m = -a^2 + 4a - 4 = -(a - 2)^2$

따라서 m은 $a = 2$일 때 최댓값 0을 가진다.