

1. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{3+11i} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근을 구하면 $x = a \pm \sqrt{b}i$ 이다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

근의 공식을 이용하면 $x = 2 \pm \sqrt{4 - 6} = 2 \pm \sqrt{2}i$

$$\therefore a = b = 2, \quad a + b = 4$$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면

다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

6. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$A(\sqrt{3}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{3}, 1+\sqrt{2})$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2+(1-\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8}=3\end{aligned}$$

7. 점 (1, 2) 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

점 (1, 2) 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
 $\therefore x = 1$

8. 두 직선 $ax+4y-4=0$, $x+2y+b=0$ 이 수직일 때의 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

수직조건 $a \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 0$

$\therefore a = -8$

9. 점 $(3, -4)$ 를 점 $(0, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(5, -9)$

② $(3, -7)$

③ $(1, -5)$

④ $(-1, 3)$

⑤ $(-3, 5)$

해설

$(3, -4)$ 를 $(0, 2)$ 로 옮기는 평행이동은
 x 축으로 -3 , y 축으로 $+6$ 만큼 이동을 한다.
따라서 점 $(2, -3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는
 $(2 - 3, -3 + 6) = (-1, 3)$

10. 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- (1) $f(2a-x, y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(2) $f(x, 2b-y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(3) $f(2a-x, 2y-b) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(4) $f(-y, -x) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

- ① 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 점 (a, b) , 직선 $y = -x$

② 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$, 점 $(a, -b)$, 직선 $y = b$

③ 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$

④ 직선 $x = a$, 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

⑤ 점 (a, b) , 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

해설

- (1) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(2) $f(x, y) = 0$ 의 y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(3) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$, y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(4) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

11. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-3b+3 = 0, 3a+b = 0$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

12. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$
ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x-4 = 0$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

13. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \dots\dots\dots \textcircled{1}$
(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b \dots\dots\dots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

15. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

- ① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3
- ④ -2, -1±√2i ⑤ 2, -1±√2i

해설

$$\text{준식} = x(x^2-1)-6 = x^3-x-6 = 0$$

2	1	0	-1	-6
		2	4	6
	1	2	3	0

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$
$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

16. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1, x = 2$ 를 대입하면 성립하므로
조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$
따라서 실수근은 $-1, 2$ 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

17. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 1$ ② $-1 \leq k \leq 1$ ③ $-1 \leq k < 1$
④ $-2 < k < 1$ ⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여
 $k-1 < 0$ 이고
 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.
i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$
ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을
 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, k^2 - 1 \leq 0$
 $(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$
i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

18. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0, 140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

19. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

① P(2.4, -1), Q(0, 6)

② P(3.6, 0), Q(-1, 6)

③ P(3.6, 0), Q(0, 6)

④ P(2.4, 0), Q(0, 5)

⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

20. 평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB를 $m : n$ 으로 외분하는 점을 P라 하자. $AB = 1$ 일때, AP 의 길이는? (단, $m > n$)

- ① $\frac{m}{m-n}$

② $\frac{n}{m-n}$

③ $\frac{m}{m+n}$
- ④ $\frac{m+n}{m-n}$

⑤ $\frac{m-n}{m+n}$

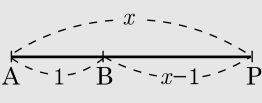
해설

다음 그림과 같이 $\overline{AP} = x$ 라 하면 문제의 조건에서 $\overline{AB} = 1$ 이므로 $\overline{BP} = x - 1$

점 P가 $\overline{AB}$ 를 $m : n$ 으로 외분하는 점이므로 $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ 에서 $x : (x - 1) = m : n$

$\therefore m(x - 1) = nx$

$\therefore x = \frac{m}{m - n}$



21. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA 라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 P(x_1) 라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 Q(x_2) 라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $PQ = 12 - 4 = 8$

22. 두 직선 $2x + y - 4 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ 의 교점과 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + y + 1 = 0$ ③ $x - y - 1 = 0$
④ $x - y + 2 = 0$ ⑤ $x + y + 2 = 0$

해설

두 직선 $2x + y - 4 = 0$ 과 $x - 2y + 3 = 0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은

$$2x + y - 4 + k(x - 2y + 3) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로 $3 - k = 0$

$$\therefore k = 3$$

$k = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면 $x - y + 1 = 0$

23. 원점을 지나고, 점 (2, 1)에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$

② $y = -\frac{2}{3}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$

⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y = kx (k \neq 0)$ 이라 하면,

(2, 1)에서의 거리가 1 이므로

$$\frac{|2k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, |2k - 1| = \sqrt{k^2 + 1}, k(3k - 4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3} (\because k \neq 0)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x$$

24. $x^2 + y^2 + x - y + k = 0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \leq \frac{1}{2}$ ② $k < \frac{1}{2}$ ③ $k > \frac{1}{2}$ ④ $k \geq \frac{1}{2}$ ⑤ $k < \frac{1}{3}$

해설

주어진 방정식을 정리하면,

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - k$$

$\therefore$ 원이 되려면, $\frac{1}{2} - k > 0 \rightarrow k < \frac{1}{2}$

25. 두 원 O와 O'의 반지름의 길이가 각각 5 cm, 12 cm 이고 중심거리가 13 cm 일 때, 두 원의 공통현의 길이는?

- ① $\frac{60}{13}$
- ② $\frac{90}{13}$
- ③ $\frac{120}{13}$
- ④ $\frac{150}{13}$
- ⑤ $\frac{180}{13}$

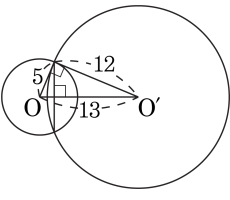
해설

다음 그림처럼 공통현의 길이를 x 라 하면

$\triangle OO'A$ 는 직각삼각형이므로

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = \frac{120}{13}$$



26. 점 A(2, 1)를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

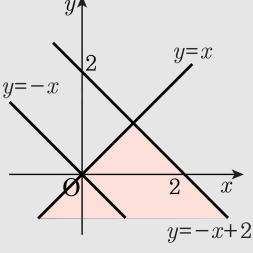
$(2 - 1, 1 + 4) = (a, b)$ 따라서 $a + b = 6$

27. 좌표평면에서 연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$, $y > ax$ 의 영역이 삼각형의 내부를 나타내도록 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

- ① $-3 < a < -1$
- ② $-2 < a < 0$
- ③ $-1 < a < 1$
- ④ $0 < a < 2$
- ⑤ $1 < a < 3$

해설

연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$ 의 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



$y > ax$ 의 영역은 직선 $y = ax$ 의 위쪽 부분이므로 세 영역으로 둘러싸인 부분이 삼각형의 내부가 되려면 a 의 범위는 $-1 < a < 1$ 이 된다.

28. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

29. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3y$

② $x - 2y$

③ $x - y$

④ $x + y$

⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

30. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

31. x 에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$$

A , B 의 최대공약수는 $A - B$ 의 인수이므로

A , B 의 최대공약수를 G 라 하면

G 는 일차식이므로 $G = x + k$

$x + k$ 는 A 의 인수이어야 하므로

$$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

그런데 주어진 조건에서 $k \neq 0$ 이므로 $k = 2$

32. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$ 라 할 때 $\frac{AB \star B^2}{A \star B}$ 를 간단히 하면?

- ① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

$A \star B = G$ 라 하면, $A = aG, B = bG$ 이고, a, b 는 서로소이다.

$$\frac{AB \star B^2}{A \star B} = \frac{abG^2 \star b^2G^2}{G} = \frac{bG^2}{G} = bG = B$$

33. a 가 실수일 때, $f(x) = x^2 + 2(a+1)x + a^2$, $g(x) = x^2 + 2ax + (a-1)^2$ 에 대하여 x 에 대한 두 이차방정식 $f(x) = 0, g(x) = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 실근을 가진다.
- ② $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
- ③ $f(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 허근을 가진다.
- ④ $g(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
- ⑤ $g(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 실근을 가진다.

해설

방정식 $f(x) = 0$ 과 $g(x) = 0$ 의 판별식을 각각 D_1, D_2 라 하면

$$\frac{D_1}{4} = (a+1)^2 - a^2 = 2a+1,$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - (a-1)^2 = 2a-1$$

모든 실수 a 에 대하여

$$2a+1 > 2a-1,$$

즉, $D_1 > D_2$ 이므로 $D_1 < 0$ 이면 $D_2 < 0$

34. $0 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = -4x^2 + 4x + a$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 10 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 11 ③ $\frac{33}{2}$ ④ 22 ⑤ $\frac{55}{2}$

해설

$$y = -4x^2 + 4x + a = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + a + 1$$

$0 \leq x \leq 3$ 이므로 $x = \frac{1}{2}$ 일 때,

최댓값을 갖고 최댓값은 $a + 1$ 이다.

$x = 3$ 일 때, 최솟값을 갖고

최솟값은 $a - 24$ 이다.

최댓값과 최솟값의 합이 10 이므로

$$(a + 1) + (a - 24) = 10$$

$$\therefore a = \frac{33}{2}$$

35. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 두 실수 $a + b$ 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

한 근이 $1 + 2i$ 이므로 복소수의 켤레근인 $1 - 2i$ 도 근이다. 또 다른 근은 α 라 하자.

$$(1 + 2i)(1 - 2i)\alpha = 5, 5\alpha = 5$$

$$\alpha = 1$$

$$-a = (1 + 2i) + (1 - 2i) + 1 = 3$$

$$a = -3$$

$$b = (1 + 2i)(1 - 2i) + (1 - 2i) + (1 + 2i) = 7$$

$$\therefore a + b = 4$$

36. 연립방정식
$$\begin{cases} xy + 2yz = 8 \\ yz + 2zx = 15 \\ zx + 2xy = 10 \end{cases}$$
 을 만족하는 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} xy + 2yz &= 8 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ yz + 2zx &= 15 \cdots \textcircled{㉡} \\ zx + 2xy &= 10 \cdots \textcircled{㉢} \\ \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{하면 } 3(xy + yz + zx) &= 33 \\ xy + yz + zx &= 11 \quad \cdots \textcircled{㉣} \\ \textcircled{㉠} - \textcircled{㉣} \text{하면 } yz - zx &= -3 \quad \cdots \textcircled{㉤} \\ \textcircled{㉡} - \textcircled{㉤} \text{하면 } 3zx &= 18 \\ zx &= 6 \cdots \textcircled{㉥} \\ xy &= 2 \cdots \textcircled{㉦} \\ yz &= 3 \cdots \textcircled{㉧} \\ \textcircled{㉥} \times \textcircled{㉦} \times \textcircled{㉧} \text{하면 } (xyz)^2 &= 36 \\ xyz &= \pm 6 \\ \therefore x = \pm 2, y = \pm 1, z = \pm 3 \text{ (복호동순이 아님)} \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= 4 + 1 + 9 = 14 \end{aligned}$$

37. 이차부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 의 해가 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ 일 때 이차부등식 $bx^2 + 5x + a \geq 0$ 의 해를 구한 것은 ?

- ① $-6 \leq x \leq -1$ ② $-3 \leq x \leq -2$ ③ $2 \leq x \leq 3$
④ $1 \leq x \leq 6$ ⑤ $1 \leq x \leq 3$

해설

1. 이차부등식 $ax^2 + 5x + b > 0 \cdots ①$

이라 놓으면 ① 의 해가

$\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ 이므로

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) < 0$$

$$x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x + \frac{1}{6} < 0$$

$$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} < 0, -6x^2 + 5x - 1 > 0$$

$$\therefore ax^2 + 5x + b = -6x^2 + 5x - 1$$

$$\therefore a = -6, b = -1 \cdots ②$$

2. $bx^2 + 5x + a \geq 0$ 의 부등식에 ② 를 대입하면

$$-x^2 + 5x - 6 \geq 0, x^2 - 5x + 6 \leq 0,$$

$$(x - 2)(x - 3) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 3$$

38. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$
 $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
①과 ②에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $a+b = 6$

39. $\triangle ABC$ 에서 $A(6, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 3)$ 이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

외심을 $P(a, b)$ 라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \dots\dots\textcircled{A}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots\textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

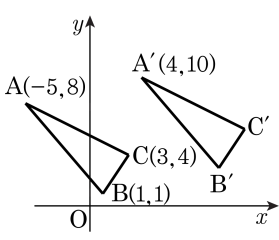
연립하여 풀면 $a = 2, b = -2$

따라서 외심은 $(2, -2)$ 이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore PA = 5$$

40. 다음 그림의 삼각형 $A'B'C'$ 은 삼각형 ABC 를 평행이동한 도형이다. 두 점 B', C' 을 지나는 직선의 방정식이 $ax + by = 24$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)



- ① 1 ② 2 ③ 3

- ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle A'B'C'$ 는 $\triangle ABC$ 를 x 축 방향으로 9 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 도형이므로 $B'(10, 3)$, $C'(12, 6)$ 이다.

두 점 B', C' 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{6 - 3}{12 - 10}(x - 10)$$

$$3x - 2y = 24,$$

$$\therefore a + b = 1$$

41. 다음 보기 중 $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

$\neg$ $a-b$

$\angle$ $b+c$

$\ominus$ $a-c$

- ① $\neg$

② $\angle$

③ $\neg, \ominus$
- ④ $\angle, \ominus$

⑤ $\neg, \angle, \ominus$

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)(a^2 - (b+c)a + bc) \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$

42. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

43. 이차방정식 $x^2 + mx - m + 1 = 0$ 이 양의 정수근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -m & \dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = -m + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ①을 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 1, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 2$

α, β 가 양의 정수이므로

$\alpha - 1 = 1, \beta - 1 = 2$ 또는 $\alpha - 1 = 2, \beta - 1 = 1$

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 3), (3, 2)$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 13$

$\alpha + \beta = -m$ 이므로 $m = -5$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + m = 13 + (-5) = 8$

44. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y = 2[x] + 3$, $y = 3[x - 2] + 5$ 를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x 에 대하여 $x + y$ 의 범위를 구하면?

① $13 < x + y < 14$

② $14 < x + y < 15$

③ $-4 < x + y < 4$

④ $15 < x + y < 16$

⑤ $x + y = 16.4$

해설

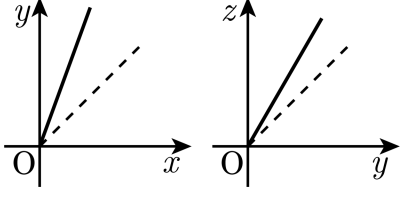
$$2[x] + 3 = 3[x - 2] + 5, \quad 2[x] + 3 = 3([x] - 2) + 5$$

$$\therefore [x] = 4$$

x 가 정수가 아니므로 $4 < x < 5$

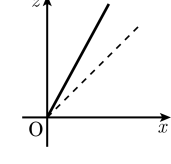
$$y = 2[x] + 3 = 11 \text{ 이므로 } 15 < x + y < 16$$

45. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y, y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

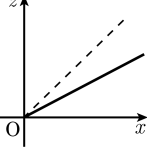


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

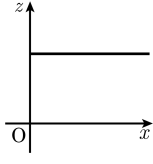
①



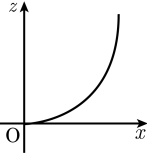
②



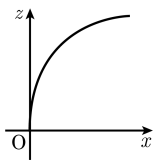
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를
식으로 나타내면 $y = ax(a > 1), z = by(b > 1)$
 $\therefore z = b(ax) = abx \ (ab > 1)$
따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

46. 직선 $3x + 4y = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접한다. 이 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $3a + 4b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

직선 $3x + 4y = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $3(x - a) + 4(y - b) = 0$ 이므로
원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $3x + 4y - 3a - 4b = 0$ 이 접한다.
즉, 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선
 $3x + 4y - 3a - 4b = 0$ 까지의 거리가
반지름의 길이 1 과 같다.
 $\therefore \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 - 3a - 4b|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$
 $\therefore |-3a - 4b| = 5$
이 때, a, b 가 양수이므로
 $3a + 4b = 5$ 이다.

47. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 4, y + 1)$ 에 의하여 옮긴 후 다시 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

해설

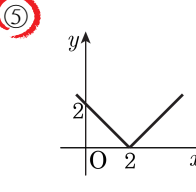
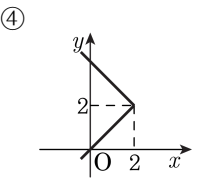
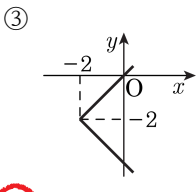
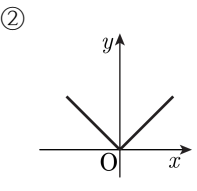
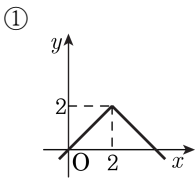
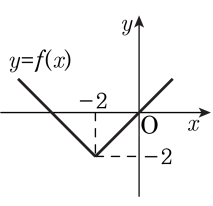
원의 중심을 이동시키면 된다

$$(0, 0) \xrightarrow{f} (-4, 1) \xrightarrow{y=-3\text{대칭}} (-4, -7)$$

$$\therefore \text{이동된 원의 방정식} : (x + 4)^2 + (y + 7)^2 = 1$$

$$\Rightarrow a + b + r = -10$$

48. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

49. 좌표평면 위에서 부등식 $0 \leq x+y \leq 2$, $0 \leq x-y \leq 2$ 가 나타내는 영역과 같은 것을 고르면?

① $|x| + |y| \leq 1$

② $|x-1| + |y| \leq 1$

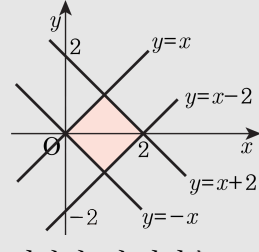
③ $|x| + |y-1| \leq 1$

④ $|x-1| + |y-1| \leq 1$

⑤ $|x+y| \leq 1$

해설

부등식 $0 \leq x+y \leq 2$, $0 \leq x-y \leq 2$ 가 나타내는 영역을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서, 이 영역은 $|x-1| + |y| \leq 1$ 과 일치한다.

50. 좌표평면에서 연립부등식 $\begin{cases} y \geq |x| \\ x^2 + y^2 \leq 2 \end{cases}$ 을 만족하는 영역의 넓이는?

- ① $\frac{\pi}{5}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

해설

두 부등식을 모두 만족하는 영역은 그림의 어두운 부분과 같고, 그 넓이는 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$$\therefore \frac{1}{4} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{2}$$

