

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -6n + 7$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 5$

② $a = -1, d = 6$

③ $a = 1, d = -5$

④ $a = 1, d = -6$

⑤ $a = 2, d = 7$

해설

$$a_n = -6n + 7 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = -6 \cdot 1 + 7 = 1,$$

$$a_2 = -6 \cdot 2 + 7 = -5 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -6$$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161,...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$

$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14
- ② 3, 17, 24
- ③ 3, 17, 20
- ④ 7, 17, 24
- ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2}=3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

4. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로
 $2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$

5. 첫째항이 7, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -20은 몇째 항인가?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \times (-3) \\ &= 7 + (n-1) \times (-3) \end{aligned}$$

$$\therefore a_n = -3n + 10$$

$$-3n + 10 = -20$$

$$-3n = -30$$

$$n = 10$$

6. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

$$\text{따라서 20번째 항은 } 3 \times 20 + 2 = 62$$

7. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

8. 등차수열 $10, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}, -390$ 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} b_1 &= 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, \\ b_{100} &= a_{99}, b_{101} = -390 \\ \therefore b_{101} &= 10 + (101 - 1) \cdot d = -390 \\ 100d &= -400 \\ \therefore d &= -4 \end{aligned}$$

9. 등차수열 $11, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 213$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$b_1 = 2, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

10. 이차방정식 $x^2-6x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

12. 세 수 $-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면 $5 + x$ 가 등차중항
이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

13. 집합 {2, 4, 6, 8, 10, 12}에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$ 등차수열

- ① 공차가 2인 경우 (4가지)
2, 4, 6 4, 6, 8 6, 8, 10 8, 10, 12
② 공차가 4인 경우 (2가지)
2, 6, 10 4, 8, 12

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_7 = 60$ 일 때, $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ 의 값은?

① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

해설

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로 a_2, a_6, a_{10} 과 a_5, a_6, a_7 은 모두 등차수열을 이룬다.

따라서 a_6 은 a_2 와 a_{10} , a_4 와 a_8 , a_5 와 a_7 의 등차중항이므로

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$$

$$= (a_2 + a_{10}) + (a_4 + a_8) + a_6$$

$$= 2a_6 + 2a_6 + a_6 = 5a_6$$

$$= 5 \cdot \frac{a_5 + a_7}{2} = 5 \cdot \frac{60}{2} (\because a_5 + a_7 = 60)$$

$$= 150$$

15. x 에 대한 이차다항식 $f(x) = a^2(x-1)^2 + 3a(x+1) + 2$ 를 $x-1$, $x+1$, $x+2$ 로 나눈 나머지가 이 순서대로 등차수열이 될 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 6a + 2 \\ f(-1) &= 4a^2 + 2 \\ f(-2) &= 9a^2 - 3a + 2 \\ 4a^2 + 2 &= \frac{(6a + 2) + (9a^2 - 3a + 2)}{2} \\ 8a^2 + 4 &= 9a^2 + 3a + 4 \\ a^2 + 3a &= 0 \\ a &= 0, -3 \\ \text{그런데 } f(x) \text{ 는 이차식이므로 } a &\neq 0 \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$