

1. 서로 다른 두 자연수 a, b 에 대하여 다음 중 a, b 가 서로소인 것은?
- ① a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것이 없다.
 - ② a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 1 뿐이다.
 - ③ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 0 뿐이다.
 - ④ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a 뿐이다.
 - ⑤ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a, b 이다.

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 수의 공약수는 1 뿐이고, 최대공약수도 1이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.

㉡ 11 과 19 는 소수이다.

㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.

㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

① ㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉡,㉢,㉣

④ ㉠,㉡,㉢,㉣

⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

3. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

12, 26, 30

▶ 답:

▷ 정답: 780

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 12 \ 26 \ 30 \\ \hline 3) \ 6 \ 13 \ 15 \\ \hline 2 \ 13 \ 5 \end{array}$$

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 2 \times 3 \times 2 \times 13 \times 5 = 780$$

4. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

① 4의 배수

② 24의 배수

③ 36의 배수

④ 60의 배수

⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

5. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.

▶ **답:** 12 일 후

▷ **정답:** 12일 후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

6. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

7. 두 수 $2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

8. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 12 명

④ 6 명

⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{ 의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

9. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$48 = 2^4 \times 3, 64 = 2^6, 80 = 2^4 \times 5 \text{ 의 최대공약수 } 2^4 = 16(\text{cm})$$

10. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$$11 \times a, 7 \times a, 5 \times a$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a) \begin{array}{r} 11 \times a \quad 7 \times a \quad 5 \times a \\ \hline 11 \quad 7 \quad 3 \end{array}$$

$$a \times 11 \times 7 \times 5 = 1155$$

$$\therefore a = 3$$

11. 가로와 세로의 길이가 16 cm, 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \quad 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

12. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

13. 두 자연수의 곱이 540 이고 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$540 = 60 \times G$ 이다.

$\therefore G = 9$

14. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개

1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는

$$50 + 30 - 10 = 70$$

15. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

16. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

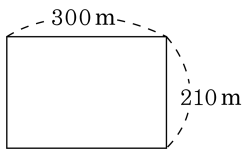
최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

17. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

18. 두 자연수 $12 \times x$, $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$18 \times x = 2^2 \times 3 \times x$$

$$18 \times x = 2 \times 3^2 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

19. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.

999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고,

99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다.

따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

20. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로

값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,

$n + 5$ 는 3 의 배수이므로

값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.

그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.

$\therefore (n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지) $= 0$

21. 14 와 20 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수는?

① 145

② 146

③ 147

④ 148

⑤ 149

해설

14 와 20 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 수를 k 라고 하면, $(k - 7)$ 은 14 와 20 의 공배수가 됩니다.

따라서 14 와 20 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 7 을 더하면 됩니다.

그런데, 14 와 20 의 최소공배수는 140 이고, 이것은 세 자리 수 중 가장 작은 수이므로, 여기에 7 을 더하여 $140 + 7 = 147$ 을 얻게 됩니다.

22. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

23. $\frac{35}{6}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

24. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

25. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합은 23 개이다.