

1. 분수함수  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  의 그래프의 점근선이  $x = a$ ,  $y = b$  일 때, 상수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

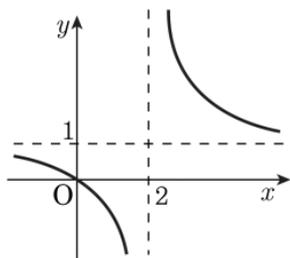
해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x-1} \text{ 이므로,}$$

점근선은  $y = 2$ ,  $x = 1$  이다.

$$\therefore a + b = 3$$

2. 함수  $y = \frac{ax-b}{-2x+c}$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때  $a+b+c$  의 값을 구하면?  
(단,  $a, b, c$  는 상수)



- ① 2                      ② 1                      ③ 0  
④ 1                      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} \text{분수함수 } y &= \frac{ax-b}{-2x+c} \\ &= \frac{ax-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{ac}{2}-b}{-2\left(x-\frac{c}{2}\right)} - \frac{a}{2} \text{의 점근선의} \end{aligned}$$

방정식은  $x = \frac{c}{2}, y = -\frac{a}{2}$  이므로

$$\frac{c}{2} = 2, \quad -\frac{a}{2} = 1$$

즉,  $c = 4, a = -2$  이므로  $y = \frac{-2x-b}{-2x+4}$

또한, 점  $(0, 0)$  을 지나므로

$$0 = \frac{-b}{4} \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

3. 함수  $y = \frac{x+3}{x-3}$  은  $y = \frac{6}{x}$  을  $x$  축,  $y$  축의 방향으로 각각  $m$ ,  $n$  만큼 평행이동한 것이다.  $m+n$  의 값을 구하여라

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$  의 그래프를

$x$  축으로 3,  $y$  축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서  $m = 3$ ,  $n = 1$

$$m + n = 4$$

4. 함수  $y = \frac{2x-7}{x-2}$  의 그래프와 함수  $y = \frac{k}{x}$  의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수  $k$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는  $y = \frac{-3}{x}$  의

그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,

$y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore k = -3$$

5.  $x^2 - x - 6 \geq 0$  일 때, 함수  $y = \frac{x+2}{x-2}$  의  
 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 한다.  
 이때,  $M + m$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - x - 6 \geq 0 \text{ 에서}$$

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

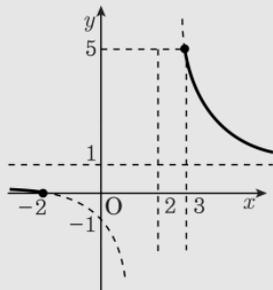
즉,  $x \leq -2$  또는  $x \geq 3$  에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$  의 그래프는 다음 그림과

같으므로  $x = -2$  일 때, 최솟값 0,

$x = 3$  일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



6. 분수함수  $y = \frac{x+b}{ax+1}$  의 그래프의 점근선 중 하나가  $x = -1$  이고 점  $(1, 2)$  를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이  $\{x \mid -3 \leq x < -1$  또는  $-1 < x \leq 1\}$  일 때, 치역을 구하면? (단,  $a, b$  는 상수)

①  $\{y \mid y < 0$  또는  $y > 2\}$

②  $\{y \mid y \leq 0$  또는  $y \geq 2\}$

③  $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④  $\{y \mid y < 1$  또는  $1 < y \leq 2\}$

⑤  $\{y \mid y < 1$  또는  $y \geq 2\}$

### 해설

분수함수  $y = \frac{x+b}{ax+1}$  의 그래프의

점근선 중 하나가  $x = -1$  이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는  $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점  $(1, 2)$  를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

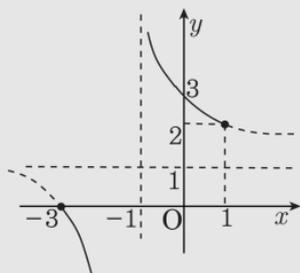
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서  $-3 \leq x < -1$  또는  $-1 < x \leq 1$  에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



7.  $2 \leq x \leq 3$  에서 부등식  $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$  이 항상 성립할 때,  $a$  의 최댓값과  $b$  의 최솟값의 합을 구하면?

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{4}{3}$

⑤  $\frac{5}{3}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

따라서, 분수함수  $y = \frac{x+1}{x-1}$  의 그래프는

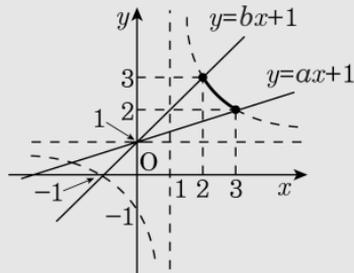
$y = \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로

1 만큼,  $y$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

두 직선  $y = ax + 1$ ,  $y = bx + 1$  은  $a$ ,  $b$  의 값에 관계없이 점  $(0, 1)$  을 지나는 직선이므로

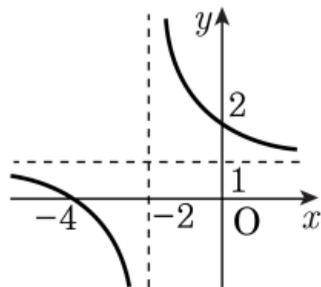
$2 \leq x \leq 3$  에서  $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$  이 항상 성립하려면 다음 그림에서  $a \leq \frac{1}{3}$ ,  $b \geq 1$

따라서,  $a$  의 최댓값은  $\frac{1}{3}$ ,  $b$  의 최솟값은 1 이므로 그 합은  $\frac{4}{3}$



8. 함수  $y = \frac{c-x}{ax+b}$  의 그래프가 그림과 같을 때,  
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1                      ② -2                      ③ -4  
 ④ -7                      ⑤ 0



해설

점근선이  $x = -2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots\dots ①$$

①이  $(0, 2)$ 를 지나므로 대입하면  $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

9. 함수  $f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1}$  에 대하여  $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \dots)$  이라 할 때,  $f_{100}(1)$  의 값은?

① -1

②  $-\frac{5}{2}$

③  $-\frac{4}{3}$

④ 1

⑤ 2

해설

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1} \text{ 에서 } f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{-\frac{10}{2} + 3}{\frac{5}{2} - 1} = -\frac{4}{3}$$

$$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\frac{8}{3} + 3}{\frac{4}{3} - 1} = 1$$

$$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore f_4 = f_1, f_5 = f_2, f_6 = f_3, \dots$$

$$\therefore f_{3n+1} = f_1, f_{3n+2} = f_2, f_{3n} = f_3$$

$$100 = 3 \times 33 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f_{100}(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

10. 함수  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ ,  $f(g(x)) = x$ 를 만족하는  $g(x) = \frac{bx+c}{x+a}$  일 때,  
 $a+b+c$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(g(x)) = x \text{에서}$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x)$$

$$y = \frac{2x-1}{x+2} \text{로 놓으면}$$

$$y(x+2) = 2x-1, yx+2y = 2x-1$$

$$yx-2x = -1-2y, x(y-2) = -1-2y$$

$$x = \frac{-1-2y}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-2} = g(x)$$

$$\frac{-2x-1}{x-2} = \frac{bx+c}{x+a} \text{에서}$$

$$a = -2, b = -2, c = -1$$

$$\therefore a+b+c = -2-2-1 = -5$$