

1. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

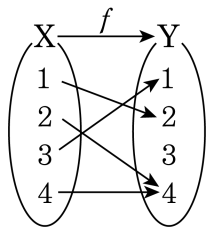
- ㉠ 함수가 아니다.

㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.

㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.

㉤ 일대일대응이다.



- ① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응  $x$  의 각 원소에  $y$  가 1개씩 대응하므로 함수이다.

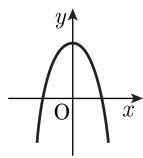
㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 4이다.

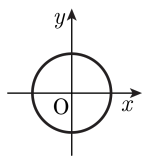
㉤  $f(2) = f(4) = 4$  이고,  $Y \neq f(x)$  이므로 일대일대응이 아니다.

2. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

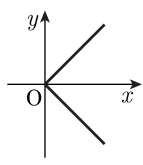
①



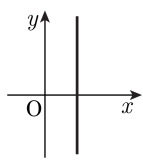
②



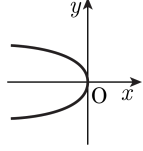
③



④



⑤



해설

함수는 하나의  $x$ 값에 여러 개의  $y$ 값이 대응될 수 없다.

3. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (x \text{가 유리수}) \\ 2x & (x \text{가 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때,}$$

$f(x) - f(x-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(i)  $x$ 가 유리수일 때,  $x-1$ 도 유리수이므로

$$\begin{aligned} f(x) - f(x-1) &= 2x-1 - \{2(x-1)-1\} \\ &= 2x-1 - (2x-3) = 2 \end{aligned}$$

(ii)  $x$ 가 무리수일 때,  $x-1$ 도 무리수이므로

$$f(x) - f(x-1) = 2x - 2(x-1) = 2$$

따라서 (i),(ii)에서 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) - f(x-1) = 2$$

4. 자연수의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $f(1) = 1$ 이고  $f(x+1) = f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4$ 가 성립할 때,  $f(6)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

$$\begin{aligned} f(x+1) &= f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4 = (\sqrt{f(x)} + 2)^2 \\ f(1) &= 1, f(2) = 3^2, f(3) = 5^2, \\ f(4) &= 7^2, f(5) = 9^2, f(6) = 11^2 = 121 \end{aligned}$$

5. 함수  $f(x)$ 가 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$  이고  $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

임의의 실수  $x, y$ 에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 가 성립하므로,

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$$f(1)f(0) = f(1) + f(1)$$

$$\therefore f(0) = f(1) + f(1) = 2$$

6. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$f(x) = g(x)$  이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$ ,  $3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$  일 때  $f(x) = g(x)$  이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

7. 다음 <보기> 중 서로 같은 함수끼리 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $f(x) = x - 2, g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

㉡  $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$

㉢ 정의역이  $X = \{-1, 1, 2\}$  일 때,  
 $f(x) = x^3, g(x) = 2x^2 + x - 2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠은  $x = 2$  에서 다른 함수이나

㉡, ㉢은 주어진 모든 정의역에서 같은 함수이다.

8.  $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $Y = \{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$  일 때 함수  $f : X \rightarrow Y, y = ax + b (a < 0)$  가 일대일 대응이 되는 상수  $a, b$  의 값의 합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f(x) = ax + b$  는  $a < 0$  이므로 감소함수이다.

$\therefore x = -1$  일 때,  $f(x)$  는 최대이고

$-a + b = 3$

$x = 2$  일 때  $f(x)$  는 최소이며

$2a + b = 0$  두 식을 연립하면  $a = -1, b = 2$

$\therefore a + b = 1$

9. 집합  $A = \{-1, 0, 1\}$  에 대하여  $A$  에서  $A$  로의 함수  $f$  가 다음과 같을 때, 항등함수가 아닌 것은?

- ①  $f : x \rightarrow 2|x|$       ②  $f : x \rightarrow x^3$       ③  $f : x \rightarrow x^5$   
④  $f : x \rightarrow x$       ⑤  $f : x \rightarrow x|x|$

해설

①  $f(-1) = 2, f(0) = 0, f(1) = 2$  이므로 항등함수가 아니다.  
①, ②, ③, ④  $f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$  이므로 모두 항등함수이다.

10. 이차함수  $f(x) = x^2 - 4x$ 가 있다. 함수  $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합  $X$ 를 구하면  $X = \{x \mid x \geq k\}$ 이다. 이 때,  $k$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$k \geq 2$  라면  $x \geq k$ 에서  $f(x)$ 는 계속 증가하므로

함수  $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이 되려면

$$f(x) \geq x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x \geq x$$

$$\Rightarrow x \leq 0, x \geq 5$$

$$x \geq k \text{ 이므로 } k = 5$$