1. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은?

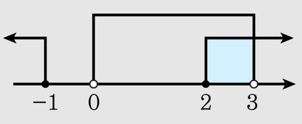
① $0 < x < 2$　　② $-1 < x < 3$

③ $x \le -1$ 또는 $x > 0$　　④ $-1 \le x < 3$

⑤ $2 \le x < 3$

해설

'$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 'p 이고 $\sim q$' 이므로
$p : 0 < x < 3$, $\sim q : x \le -1$ 또는 $x \ge 2$ 에서



따라서, '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 $2 \le x < 3$ 이다.

2. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$ ② $P \cup Q$ ③ $P - Q$

④ $Q - P$ ⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은
$\{x \mid f(x) = 0$이고 $g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

3. 전체집합을 U , 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, 두 집합 P, Q 는 $P \cap Q^c = \varnothing$, $Q^c \subset P$ 를 만족한다. 다음 중에서 참인 명제를 <u>모두</u> 고르면?

㉠ p 이면 $\sim q$ 이다.	㉡ p 이면 q 이다.
㉢ $\sim q$ 이면 p 이다.	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

$P \cap Q^c = \varnothing$에서 $Q^c \subset P$이므로
$P \cap Q^c = Q^c = \varnothing$
$\therefore\ Q = u$
㉠ $Q^c = \varnothing$이므로 $P \not\subset Q^c$이고
$p \to \sim q$는 거짓이다.
㉡ $Q = V$이므로 $P \subset Q$이고
$p \to q$는 참이다.
㉢ $Q^c = \varnothing$이고 $Q^c \subset P$이고
$\sim q \to \sim p$는 참이다.

4. 명제 '모든 실수 x, y, z에 대하여 $xy = yz = zx$ 이다.'를 부정한 것은?

① 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz \neq zx$ 이다.

② 어떤 실수 x, y, z 에 대하여$xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.

③ 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$이고 $yz \neq zx$ 이다.

④ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$이고 $zx \neq xy$ 이다.

⑤ 어떤 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

해설

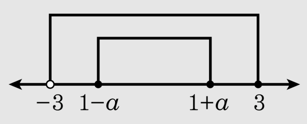
'$xy = yz = zx$' 는 '$xy = yz$ 이고 $yz = zx$이고 $zx = xy$' 이므로 '$xy = yz = zx$'의 부정은 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다. 따라서 주어진 명제의 부정은 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

5. 명제 '$|x-1| \le a$이면 $|x| < 3$ 이다.'가 참이 되기 위한 a의 값의 범위는? (단, x, y는 실수이고, $a > 0$)

① $0 < a \le 2$ ② $0 < a < 2$ ③ $0 < a \le 4$
④ $0 < a < 4$ ⑤ $0 < a < 5$

해설

$|x-1| \le a$에서 $-a \le x-1 \le a$ $\therefore 1-a \le x \le 1+a$ $|x| < 3$에서 $-3 < x < 3$ 따라서 주어진 명제가 참이 되려면,



위의 그림에서$1-a > -3$ 그리고 $1+a < 3$ $\therefore a < 4$ 그리고 $a < 2$
$\therefore a < 2$ 그런데 $0 < a$ 이므로, $0 < a < 2$

6. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$에 대하여 $p \rightarrow q$가 참일 때 a의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

해설

$p \rightarrow q$는 $\sim q \rightarrow \sim p$와 동치임을 이용

$\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$이다.

$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$,

$x = -3,\ 1$이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$이다.

1) $x = -3\ : 9 + 3a - 6 \leq 0 \ \rightarrow\ a \leq -1$

2) $x = 1\ : 1 - a - 6 \leq 0 \ \rightarrow\ a \geq -5$

$\therefore\ -5 \leq a \leq -1$

따라서, $-5 + (-1) = -6$

7. 두 명제 $p \to q$, $\sim r \to \sim q$가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \to r$ ② $p \to r$ ③ $\sim q \to \sim p$

④ $r \to p$ ⑤ $\sim r \to \sim p$

해설

$p \to q(T) \Rightarrow \sim q \to \sim p\,(T)$, $\sim r \to \sim q\,(T) \Rightarrow q \to r\,(T)$

$\therefore\ p \to q \to r\,(T) \Rightarrow p \to r\,(T)$

$\therefore \sim r \to \sim p\,(T)$

8. 전체집합 U의 임의의 부분집합을 A라 하고 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \to p$　② $p \to q$　③ $p \leftrightarrow q$
④ $q \to p$　⑤ $q \to \sim p$

해설

집합 A가 전체집합 U의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q$ $\therefore$ $P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
$\therefore$ $q \to p$는 참이다.

9. 다음 중 명제와 그 역이 <u>모두</u> 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x+y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x-1| \leq |x-3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = -1$ 일 때,
$xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.
② 거짓 : (반례) $x = -2,\ y = 3$ 일 때,
$x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.
③ 거짓 : (반례) $x = 2,\ y = -2$ 일 때,
$2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.
④ $|x-1| \leq |x-3|$ 의 양변을 제곱하면
$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그 역이 모두 참이다.
⑤ 명제 '$a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$' 은 참이지만, 그의 역 '$a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$'은 거짓이다.

10. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례를 모두 구할 때, 그 개수는?

n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 경우가 반례가 된다.
n^2 이 12의 배수가 되지만 n 은 12의 배수가 되지 않아야 하므로 $n = 2 \times 3 \times$ (홀수) 의 형태가 되어야 한다. 이에 따라 구해 보면$n = 2 \times 3 \times 1,\ 2 \times 3 \times 3,\ \cdots, 2 \times 3 \times 15$
$\therefore n = 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78, 90$ (8 개)