

1. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은?

① $0 < x < 2$

② $-1 < x < 3$

③ $x \leq -1$ 또는 $x > 0$

④ $-1 \leq x < 3$

⑤ $2 \leq x < 3$

해설

' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 ' p 이고 $\sim q$ '이므로

$p : 0 < x < 3$, $\sim q : x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$ 에서



따라서, ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 $2 \leq x < 3$ 이다.

2. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P - Q$

④ $Q - P$

⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은
 $\{x \mid f(x) = 0 \text{이고 } g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

3. 전체집합을 U , 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 는 $P \cap Q^c = \emptyset, Q^c \subset P$ 를 만족한다. 다음 중에서 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ p 이면 $\sim q$ 이다.

㉡ p 이면 q 이다.

㉢ $\sim q$ 이면 p 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$P \cap Q^c = \emptyset$ 에서 $Q^c \subset P$ 이므로

$$P \cap Q^c = Q^c = \emptyset$$

$$\therefore Q = U$$

㉠ $Q^c = \emptyset$ 이므로 $P \not\subset Q^c$ 이고

$p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

㉡ $Q = U$ 이므로 $P \subset Q$ 이고

$p \rightarrow q$ 는 참이다.

㉢ $Q^c = \emptyset$ 이고 $Q^c \subset P$ 이고

$\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참이다.

4. 명제 ‘모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy = yz = zx$ 이다.’를 부정한 것은?
- ① 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz \neq zx$ 이다.
 - ② 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.
 - ③ 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.
 - ④ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이고 $zx \neq xy$ 이다.
 - ⑤ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

해설

‘ $xy = yz = zx$ ’는 ‘ $xy = yz$ 이고 $yz = zx$ 이고 $zx = xy$ ’이므로
‘ $xy = yz = zx$ ’의 부정은 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다. 따라서 주어진 명제의 부정은 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

5. 명제 ' $|x-1| \leq a$ 이면 $|x| < 3$ 이다.'가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위는?
(단, x, y 는 실수이고, $a > 0$)

① $0 < a \leq 2$

② $0 < a < 2$

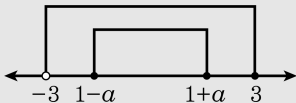
③ $0 < a \leq 4$

④ $0 < a < 4$

⑤ $0 < a < 5$

해설

$|x-1| \leq a$ 에서 $-a \leq x-1 \leq a \therefore 1-a \leq x \leq 1+a$ $|x| < 3$ 에서 $-3 < x < 3$ 따라서 주어진 명제가 참이 되려면,



위의 그림에서 $1-a > -3$ 그리고 $1+a < 3 \therefore a < 4$ 그리고 $a < 2$
 $\therefore a < 2$ 그런데 $0 < a$ 이므로, $0 < a < 2$

6. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7

② -6

③ -5

④ -4

⑤ -3

해설

$p \rightarrow q$ 는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 와 동치임을 이용

$\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0,$$

$x = -3, 1$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

1) $x = -3 : 9 + 3a - 6 \leq 0 \rightarrow a \leq -1$

2) $x = 1 : 1 - a - 6 \leq 0 \rightarrow a \geq -5$

$$\therefore -5 \leq a \leq -1$$

따라서, $-5 + (-1) = -6$

7. 두 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \rightarrow r$

② $p \rightarrow r$

③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T), \sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r(T) \Rightarrow p \rightarrow r(T)$$

$$\therefore \sim r \rightarrow \sim p(T)$$

8. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \rightarrow p$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으

면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\emptyset \cap Q) = P \cup \emptyset = P$

우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$

$\therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

9. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2, y = -1$ 일 때,
 $xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.

② 거짓 : (반례) $x = -2, y = 3$ 일 때,
 $x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.

③ 거짓 : (반례) $x = 2, y = -2$ 일 때,
 $2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.

④ $|x - 1| \leq |x - 3|$ 의 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그
역이 모두 참이다.

⑤ 명제 ' $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ ' 은 참이지만, 그의
역 ' $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ ' 은 거짓이다.

10. n 이 100 보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례를 모두 구할 때, 그 개수는?

n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 경우가 반례가 된다.

n^2 이 12의 배수가 되지만 n 은 12의 배수가 되지 않아야 하므로 $n = 2 \times 3 \times (\text{홀수})$ 의 형태가 되어야 한다. 이에 따라 구해보면 $n = 2 \times 3 \times 1, 2 \times 3 \times 3, \dots, 2 \times 3 \times 15$
 $\therefore n = 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78, 90$ (8 개)