

1. 집합  $S$  는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i)  $2 \notin S$ ,  $a \in S$  이면  $\frac{1}{2-a} \in S$   
(ii) 3은 집합  $S$  의 원소이다.

이때, 집합  $S$  의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$3 \in S$  이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$  에서  $-1 \in S$  이다.

또  $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$  이고,

다시 대입하면  $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면  $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$

계속하면  $\frac{2n-1}{2n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 꼴의 수만 나타난다.

2. 집합  $A = \{a, b, c, d, e\}$  일 때,  $X \subset A$ ,  $A - X = \{a, c\}$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 부분집합 중에서 원소  $e$ 가 반드시 포함되어 있는 부분집합의 개수는 몇 개인가?

- ① 2개    ② 4개    ③ 6개    ④ 8개    ⑤ 16개

해설

원소  $a, c$ 를 제외한 집합  $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수에서  $\{b, d\}$ 의 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$2^3 - 2^2 = 4$ (개) (원소의 개수가  $n$ 개인 집합의 부분집합 개수 =  $2^n$ )

3. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여  $A \cup X = A$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합  $X$ 의 개수를 구하면?

- ① 2개      ② 4개      ③ 7개      ④ 8개      ⑤ 16개

해설

$A \cup X = A$ 에서  $X \subset A \dots \dots \textcircled{1}$

$(A \cap B) \cup X = X$ 에서  $(A \cap B) \subset X \dots \dots \textcircled{2}$

①, ②에서  $(A \cap B) \subset X \subset A$  즉,  $X$ 는  $A$ 의 부분집합 중에서  $A \cap B$ 를 포함하고 있는 집합이다.  $A \cap B = \{4\}$ 이므로  $\{4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이 조건을 만족시키는  $X$ 를 모두 구하면  $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중에서 4가 반드시 포함된 것과 같다.

$\therefore 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

4. 자연수를 원소로 하는 집합  $S$ 가 ' $x \in S$  이면  $8-x \in S$  이다.'를 만족시킬 때, 집합  $S$ 의 개수는?

- ㉠ 15개    ㉡ 16개    ㉢ 17개    ㉣ 18개    ㉤ 19개

해설

$x, 8-x$ 는 자연수이므로  $1 \leq x \leq 7$  이고  
 $x = 1$  이면  $x = 7, x = 2$  이면  $x = 6, x = 3$  이면  $x = 5, x = 4$  이면  $x = 4$ 이다.  
㉠ 원소가 1개인 집합 : {4}  $\Rightarrow$  1개  
㉡ 원소가 2개인 집합 :  
{1, 7}, {2, 6}, {3, 5}  $\Rightarrow$  3개  
㉢ 원소가 3개인 집합 :  
{1, 7, 4}, {2, 6, 4}, {3, 5, 4}  $\Rightarrow$  3개  
㉣ 원소가 4개인 집합 :  
{1, 7, 2, 6}, {2, 6, 3, 5}, {3, 5, 1, 7}  $\Rightarrow$  3개  
㉤ 원소가 5개인 집합 :  
{1, 7, 2, 6, 4}, {2, 6, 3, 5, 4}, {3, 5, 1, 7, 4}  $\Rightarrow$  3개  
㉥ 원소가 6개인 집합 :  
{1, 7, 2, 6, 3, 5}  $\Rightarrow$  1개  
㉦ 원소가 7개인 집합 :  
{1, 7, 2, 6, 3, 5, 4}  $\Rightarrow$  1개  
 $\therefore$  15개

5.  $x$ 의 다항식  $f(x), g(x)$ 에 대해  $A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\}$ ,  $B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$ ,  $C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합  $A, B, C$  사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

- ①  $A \subset B \subset C$       ②  $A \subset C \subset B$       ③  $B \subset A \subset C$   
 ④  $B \subset C \subset A$       ⑤  $C \subset B \subset A$

해설

$$\begin{aligned}
 A &= \{x \mid f(x) - g(x) = 0\} = \{x \mid f(x) = g(x)\} \\
 B &= \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\} \\
 &= \{x \mid f(x) = g(x) = 0\} \\
 \therefore B &\subset A \quad \cdots \text{㉠} \\
 C &= \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\} \\
 &= \{x \mid f(x) = g(x) \text{ 또는 } f(x) = -g(x)\} \\
 \therefore A &\subset C \quad \cdots \text{㉡} \\
 \text{㉠, ㉡에서 } &B \subset A \subset C
 \end{aligned}$$



7. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 열을  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 이라 하고,  $A_1$ 의 원소의 총합을  $S(A_1)$ ,  $A_2$ 의 원소의 총합을  $S(A_2), \dots, A_8$ 의 원소의 총합을  $S(A_8)$ 이라 할 때,  $S(A_1) + S(A_2) + \dots + S(A_8)$ 의 값은?

- ① 20      ② 22      ③ 24      ④ 26      ⑤ 28

**해설**

집합  $A$ 의 부분집합을 모두 구해 보면  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 인데, 여기서 자세히 살펴보면 1을 반드시 포함하는 경우의 집합은 4개, 2를 반드시 포함하는 경우의 집합은 4개, 3을 반드시 포함하는 경우의 집합은 4개이므로 원소의 총합은  $4(1 + 2 + 3) = 24$

8. 두 집합  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합  $X$ 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

▶ 답:                         개

▷ 정답: 7개

**해설**

집합  $X$ 는  $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중  $a, d$ 를 항상 원소로 갖는 집합이고  $B$ 가 아니므로  
 $\{a, b, d\}$ ,  $\{a, c, d\}$ ,  $\{a, d, e\}$ ,  $\{a, b, c, d\}$ ,  $\{a, b, d, e\}$ ,  
 $\{a, c, d, e\}$ ,  $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7개이다.



10. 다음 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b + 3, c\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 이고,  $B \subset A$ 일 때, 자연수  $a$ 가 될 수 있는 최댓값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ ,  
 $B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b + 3, c\}$ 이므로,  
 $a \times 8, b + 3, c$ 는 각각 8, 24, 28 중 하나여야 한다.  
 $a \times 8 = 8$ 일 때  $a$  값이 최소가 되고,  
 $a \times 8 = 28$ 일 때  $a$  값이 최대가 되지만,  
 $a \times 8 = 28$ 일 때의  $a$  값은 자연수가 아니므로 될 수 없다.  
따라서  $a$  값이 최대일 때는  $a \times 8 = 24$ 일 때이다.  
 $\therefore a = 3$