

1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

2. b, c 는 상수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$ 을 만족하는 c 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x+b) &= x^2 + cx + 6, \\ x^2 + (2+b)x + 2b &= x^2 + cx + 6, \\ 2+b &= c, \quad 2b = 6 \\ \therefore b &= 3 \\ \text{따라서 } c &= 5\end{aligned}$$

3. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1 + \sqrt{-4}$, $3 + 4i$, 9 , $i^2 + 1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

4. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-i$ ⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

5. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x+1$ 의 최댓값은?

- ① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x+1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x+1$ 값도 커진다.

따라서 $x=2$ 일 때 $2x+1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x+1 \leq 5$$

\therefore 최댓값은 5

6. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

7. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

8. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

9. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

10. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.
 $x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면
 $36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

11. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

- ㉠ 25 ㉡ 20 ㉢ 10 ㉣ 7 ㉤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 5x^3 - 20x - 16 \\ &= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16) \\ &= (x+1)(x+4)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

따라서 네근은 $-1, -2, -4, 2$
 \therefore 네근의 제곱의 합은 $1 + 4 + 16 + 4 = 25$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ y+z=3 \cdots \textcircled{2} \\ z+x=4 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \Rightarrow 2(x+y+z) = 8$$

$$x+y+z = 4 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{1} \Rightarrow z = 3$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{2} \Rightarrow x = 1$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p, y=q$ 또는 $x=r, y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \dots\text{㉠} \\ xy-y^2=6 & \dots\text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x=2y+1 \dots\dots\text{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

14. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 \leq 0 &\rightarrow (x-1)^2 \leq 0 \\ (x-1)^2 &\text{은 항상 } 0 \text{ 이상이므로} \\ \text{만족하는 해는 } x &= 1 \text{ 이 유일} \\ x^2 + 2x + 2 &= (x+1)^2 + 1 > 0 \\ &\rightarrow (x+1)^2 + 1 \geq 1 \\ \therefore &\text{ 모든 실수} \\ \therefore &x = 1 \end{aligned}$$

15. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, $f(a) = a^2 - 2a + 2$ 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

x 축과 만나지 않으려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = a^2 - 4 < 0$$

$$\therefore -2 < a < 2$$

$$f(a) = (a-1)^2 + 1$$

$\therefore a = 1$ 일 때, 최솟값 1

16. $x = \frac{3+i}{1-i}$ 일 때, $x^3 - 3x^2 + 2x + 4$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $4 - 10i$ ② $-3 - 10i$ ③ $-4 + 10i$
 ④ $4 + 10i$ ⑤ $3 + 10i$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i \\
 x^2 &= (1+2i)^2 = -3+4i \\
 x^3 &= (-3+4i)(1+2i) = -11-2i \\
 x^3 - 3x^2 + 2x + 4 &= (-11-2i) - 3(-3+4i) + 2(1+2i) + 4 = 4-10i
 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i \text{ 에서 } x-1 = 2i \\
 (x-1)^2 &= (2i)^2 = -4 \\
 x^2 - 2x + 5 &= 0, \\
 x^3 - 3x^2 + 2x + 4 &= x(x^2 - 2x + 5) - x^2 - 3x + 4 \\
 &= -(2x-5) - 3x + 4 \\
 &= -5x + 9 = -5(1+2i) + 9 \\
 &= 4 - 10i
 \end{aligned}$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + ay = 3 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 a 의 값을 구하면?

(단, $a \neq 0$)

- ① -2 ② 2 ③ -2, 2 ④ -4, 4 ⑤ 4

해설

$$\frac{2}{a} = \frac{a}{2} \neq \frac{3}{3} \quad \text{즉, } a^2 = 4$$

$$\therefore a = \pm 2$$

한편, $a = 2$ 이면 부정이 된다.

$$\therefore a = -2$$

18. 200m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

- ① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

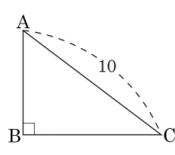
해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
 $3x - 3y = 200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
 $x + y = 200$
$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

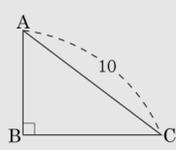
연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분
 $\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3}/\text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60/\text{시간} = 8 \text{ km/h}$

19. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 둘레의 길이가 24 이고, 빗변의 길이가 10 이다. 이때, 두 선분 AB 와 BC 의 길이의 곱을 구하면?

- ① 48 ② 40 ③ 32
 ④ 18 ⑤ 12



해설



$$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b$$

둘레의 길이가 24 이므로

$$24 = a + b + 10$$

$$a + b = 14$$

직각삼각형이므로,

$$a^2 + b^2 = 10^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$ab = \frac{1}{2} \{ (a + b)^2 - (a^2 + b^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 14^2 - 10^2 \} = \frac{1}{2} \cdot 96 = 48$$

20. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x > 0$
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$
 $(x-1)(x-4) \leq 0$
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 5x + 4 \leq 0$
 $(x+1)(x+4) \leq 0$
 $\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$
 \therefore 정수의 개수 : 8개

21. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 20m이고 대각선의 길이가 3m일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2 인가?

① 12m^2 ② 13m^2 ③ 14m^2 ④ 15m^2 ⑤ 16m^2

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a+b+c) = 20, a+b+c = 5$$

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = 3, a^2+b^2+c^2 = 9$$

$$\text{(겉넓이)} = 2(ab+bc+ca)$$

$$= (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)$$

$$= 25 - 9 = 16(\text{m}^2)$$

22. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\ &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \\ & \quad x^2+8x=A \text{로 놓으면} \\ & \text{(준식)} = (A+7)(A+15)+a \\ & \quad = A^2+22A+105+a \\ & \quad = (A+11)^2-16+a \end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - k(k+3)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k 의 조건은?

- ① $-1 < k \leq 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k \leq 2$
④ $-1 \leq k \leq 0$ ⑤ $-1 \leq k \leq 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β 라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
 $\alpha\beta = k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$
 $\therefore -1 < k < 1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
 $\alpha + \beta = k(k+3) > 0 \quad \therefore k > 0, k < -3$
 $\alpha\beta = k^2 - 1 = 0 \quad \therefore k = \pm 1$
따라서, $k = 1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1 < k \leq 1$

24. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10%를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당 판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.
 올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
 올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,
 판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로
 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$
 작년 판매 금액이 ab 이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$
 이 부등식을 정리하면
 $9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$
 $(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$
 $\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$

25. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
 ④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면
 (i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서
 $(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0, p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$
 $p^2 - 6p + 5 > 0, (p-5)(p-1) > 0$
 $\therefore p > 5, p < 1$
 (ii) $f(-2) > 0$ 에서
 $4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$
 $4p + 5 > 0, 4p > -5 \therefore p > -\frac{5}{4}$
 (iii) $f(2) > 0$ 에서
 $4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \therefore$ 성립
 (iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$
 $\therefore -5 < p < 3$
 따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서
 $\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$