1. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회의 성적은 몇 점인가?

① 14 점　② 16 점　③ 18 점　④ 20 점　⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4회 시험까지의 총점은
$45 \times 4 = 180$(점)
5 회까지의 평균은 45 점에서 5 점이 내린 40 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{180 + x}{5} = 40$, $180 + x = 200$ $\therefore x = 20$(점)

2. 다음은 5 명의 학생의 수학 과목의 수행 평가의 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
편차 (점)	-1	2	3	-4	0

① $\sqrt{3}$ 점 ② 2 점 ③ $\sqrt{5}$ 점
④ $\sqrt{6}$ 점 ⑤ $\sqrt{7}$ 점

해설

분산은

$$\frac{(-1)^2+2^2+3^2+(-4)^2+0^2}{5}=\frac{30}{5}=6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$ 점 이다.

3. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$\frac{4+6+a+b}{4}=5$, $a+b+10=20$

$\therefore\ a+b=10\cdots$㉠

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

4. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

5. 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$의 평균이 4, 분산이 5일 때, 변량 $3x_1-5, 3x_2-5, \cdots 3x_n-5$의 평균을 m, 분산을 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 50　② 51　③ 52　④ 53　⑤ 54

해설

(평균)$= 3\cdot 4 - 5 = 7 = m$
(분산)$= 3^2 \cdot 5 = 45 = n$
$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$

6. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} = \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

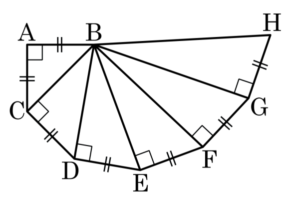
7. 세변의 길이가 각각 1, $\sqrt{3}, a$ 또는 1, $\sqrt{3}, b$ 이면 서로 다른 직각삼각형을 만들 수 있다.
이때 $b^2 - 2a^2$ 의 값을 구하면? (단, $a > b$)

① -10　② -8　③ -7　④ -6　⑤ -4

해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면
(i) $x > \sqrt{3}$ 일 때, $x = \sqrt{1^2 + 3} = 2$
$\therefore a = 2$
(ii) $\sqrt{3} - 1 < x \leq \sqrt{3}$ 일 때,
$x = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$
$b = \sqrt{2}$
$\therefore b^2 - 2a^2 = (\sqrt{2})^2 - 8 = -6$

8. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{BGH}$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{\mathrm{GH}}=a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$ 일 때,

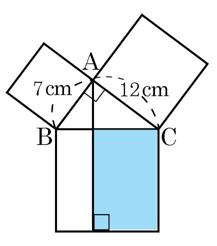
$\triangle \mathrm{BGH}$ 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?

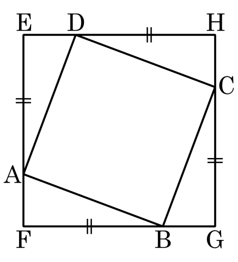


① $49\,\mathrm{cm}^2$ ② $120\,\mathrm{cm}^2$
③ $144\,\mathrm{cm}^2$ ④ $150\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $84\,\mathrm{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square\mathrm{ABCD} = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{EFGH} = 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?

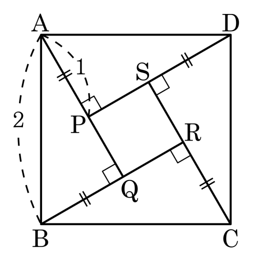


① 3 cm　　② $\frac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm
④ 8 cm　　⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square\mathrm{ABCD} = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{EFGH} = 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$) 이다.

11. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\square PQRS = \frac{1}{4}\square ABCD$

② $\overline{AQ} = \sqrt{3}$

③ $\square PQRS = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle ABQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square PQRS$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

해설

① $\square PQRS = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4$

$\therefore\ \square PQRS \neq \frac{1}{4}\square ABCD$

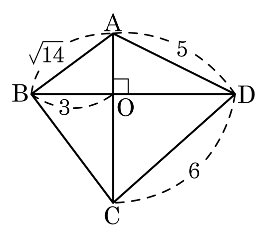
12. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 4, 5, x 일 때, 가능한 x 의 값을 모두 구하면? (정답 2 개)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ $\sqrt{35}$ ⑤ $\sqrt{41}$

해설

5가 가장 긴 변일 때, $x^2 + 4^2 = 5^2 \quad \therefore\ x = 3$
x가 가장 긴 변일 때, $4^2 + 5^2 = x^2 \quad \therefore\ x = \sqrt{41}$

13. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5　　② 4
③ $2\sqrt{5}$　　④ $1 + \sqrt{14}$
⑤ $3\sqrt{13}$

해설

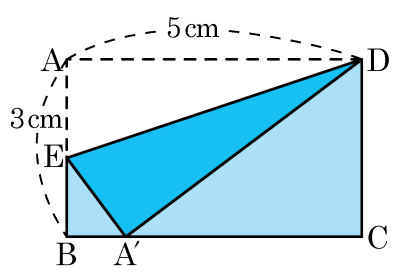
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC^2}$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle$OBC 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = 4$

14. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\overline{A'C}$ 의 길이는?

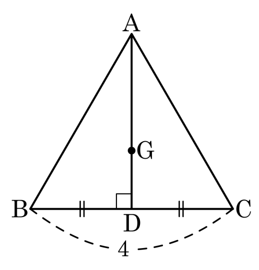


① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5\,\mathrm{cm}$ 이므로 피타고라스 정리에서
$\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 중선 AD 를 긋고 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?

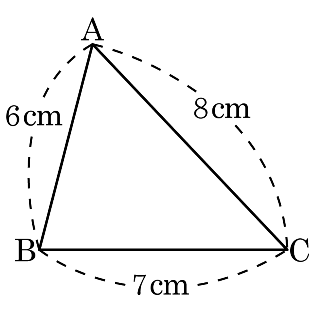


① $\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
④ $4\sqrt{3}$　⑤ $5\sqrt{3}$

해설

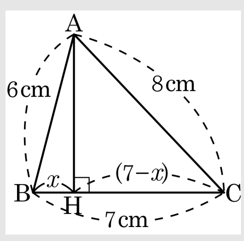
(높이) $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$　$\therefore \overline{AG} = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 7cm$, $\overline{CA} = 8cm$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{\sqrt{15}}{4}cm^2$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{4}cm^2$ ③ $\frac{5\sqrt{13}}{4}cm^2$
④ $\frac{21\sqrt{15}}{4}cm^2$ ⑤ $\frac{9\sqrt{131}}{4}cm^2$

해설



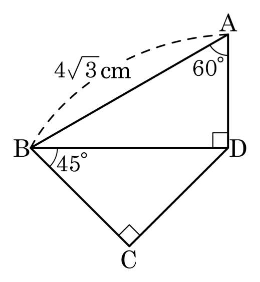
$\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 7 - x$ 이다.
$\overline{AH}^2 = 36 - x^2 \cdots$ ①
$\overline{AH}^2 = 64 - (7 - x)^2 \cdots$ ②
①, ② 로부터 $36 - x^2 = 64 - (7 - x)^2$, $14x = 21$ 이다.

$\therefore x = \frac{3}{2}(cm)$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{36 - \frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{15}}{2}(cm)$

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{3\sqrt{15}}{2} = \frac{21\sqrt{15}}{4}(cm^2)$

17. 다음 그림과 같이 직각삼각형 2 개를 붙여 놓았을 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $2\sqrt{2}$cm
④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$cm ⑤ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$cm

해설

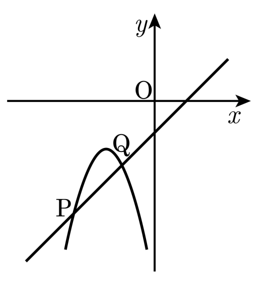
$\triangle$ABD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BD}} = 4\sqrt{3} : \overline{\mathrm{BD}} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BD}} = 6(\mathrm{cm})$

$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{BD}} = 1 : \sqrt{2} = \overline{\mathrm{CD}} : 6$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

18. 다음과 같이 $y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{3}$　　④ $3\sqrt{2}$　　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$

$-x^2-6x-12=x-2$

$x^2+7x+10=0$

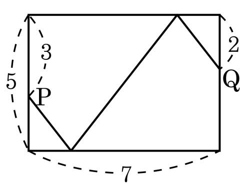
$(x+5)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 P$(-5,\ -7)$, Q$(-2,\ -4)$이므로

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= \sqrt{(-5+2)^2+(-7+4)^2} \\ &= \sqrt{3^2+3^2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$
이다.

19. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?

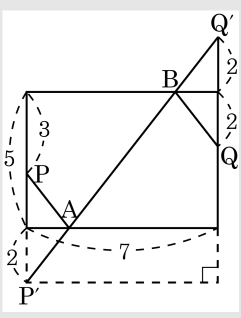


① $\sqrt{70}$　② $\sqrt{105}$　③ $\sqrt{130}$　④ $2\sqrt{35}$　⑤ $5\sqrt{5}$

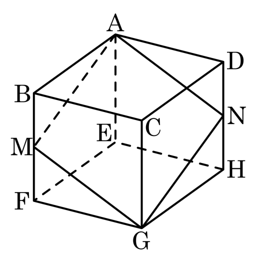
해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면 $\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$ 과 같다.

$\therefore$ 최단 거리$=\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2+9^2} = \sqrt{130}$ 이다.



20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\text{cm}^2$　　② $64\,\text{cm}^2$

③ $32\sqrt{6}\,\text{cm}^2$　　④ $64\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AM} = \overline{MG} = \overline{GN} = \overline{AN} = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}\,\text{cm}$ 이므로

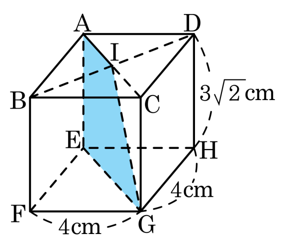
□AMGN 은 마름모이다.

$\overline{AG} = \sqrt{8^2+8^2+8^2} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{MN} // \overline{BD}$,　$\overline{MN} = \overline{BD} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore$ □AMGN$= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 직육면체에서 윗면 ABCD 의 대각선의 교점이 I 일 때, □AEGI 의 넓이는?



① $16\,\mathrm{cm}^2$　　② $18\,\mathrm{cm}^2$　　③ $20\,\mathrm{cm}^2$

④ $22\,\mathrm{cm}^2$　　⑤ $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

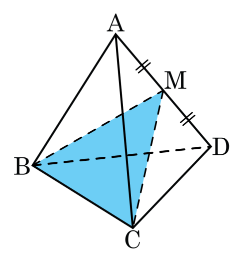
$\overline{\mathrm{EG}} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AI}} = 2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

□AEGI 는 사다리꼴이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2} = 18(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에서 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 할 때, △BCM 의 넓이는?



① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $7\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}^2$ ④ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 은 정삼각형의 높이이므로

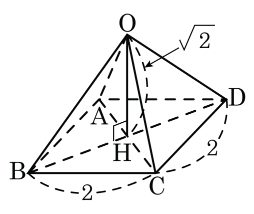
$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BC}$ 의 중점을 P 라 하면,

$\overline{MP} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle BCM = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 2 이고 높이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O – ABCD 의 겉넓이는?



① $2+2\sqrt{3}$　② $4+4\sqrt{3}$
③ $4+8\sqrt{2}$　④ $8+2\sqrt{2}$
⑤ $8+4\sqrt{3}$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로
$\overline{BD} = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \sqrt{2}$

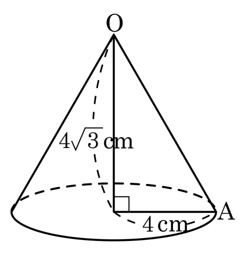
△OBH 에서 $\overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = 2$ 이다.
정사각뿔의 겉넓이는 밑넓이 + (옆넓이 × 4) 이다.
밑넓이 : $2\times 2 = 4$
옆넓이 : △OBC 넓이 × 4 (△OBC 는 한 변이 2 인 정삼각형)

정삼각형 넓이 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\therefore$ △OBC의 넓이 $\times 4 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2\right)\times 4 = 4\sqrt{3}$

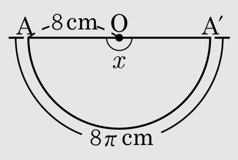
$\therefore$ 겉넓이 $= 4+4\sqrt{3}$

24. 다음 원뿔 모형을 전개도로 만들려고 한다. 전개도에 쓰일 부채꼴의 중심각의 크기는?



① 120° ② 140° ③ 150°
④ 160° ⑤ 180°

해설

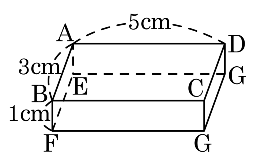


$\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

$8\pi = 8 \times 2 \times \pi \times \dfrac{x}{360°}$

$\therefore\ x = 180°$

25. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 A 에서 모서리 BC, FG 를 지나 꼭짓점 H 까지 가는 최단거리는 ?



① $3\sqrt{37}$cm　　② $\sqrt{37}$cm　　③ $2\sqrt{37}$cm

④ $\sqrt{74}$cm　　⑤ $2\sqrt{74}$cm

해설

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{5^2 + (3+1+3)^2} = \sqrt{74}\,(\mathrm{cm})$