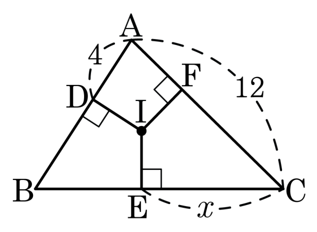
1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



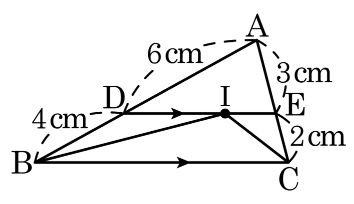
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$이다.
따라서 $4 + x = 12$이므로 $x = 8$이다.

2. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{DB} = 4cm$, $\overline{AE} = 3cm$, $\overline{EC} = 2cm$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

3. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

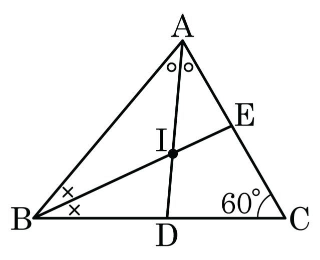
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

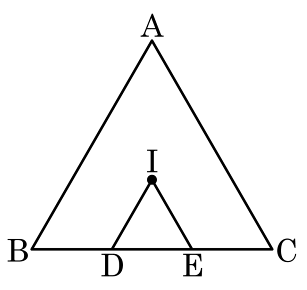


① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

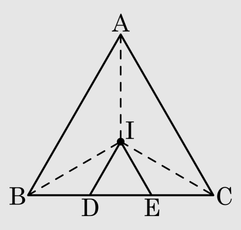
5. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : $60\underline{^\circ}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$

따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$

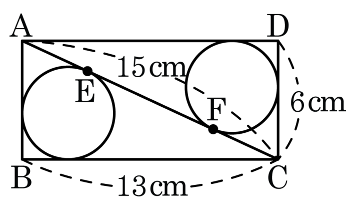
$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ$ 이므로

$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?

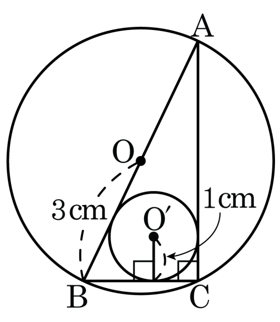


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
$(15 - x) + (6 - x) = 13 \ \therefore x = 4(\mathrm{cm})$
$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로
$\therefore \overline{EF} = 15 - (4 + 4) = 7(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원O 의 지름이고, 원O는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원O′ 은 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

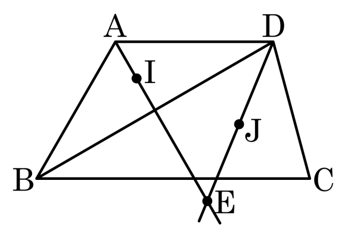


① $6cm^2$　② $7cm^2$　③ $8cm^2$
④ $9cm^2$　⑤ $10cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 가 원O 의 지름이므로
$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle ABC$ 의 내접원O′ 과 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{BC} = a(\mathrm{cm})$, $\overline{AC} = b(\mathrm{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\mathrm{cm})$, $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 삼각형 ABD, BCD 의 내심을 각각 I, J 라 정한다. 선분 AI 와 선분 DJ 의 연장선의 교점을 E 이고 $\angle DBC = 30°$ 라 할 때, $\angle IEJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 52.5°

해설

선분 AD 와 선분 BC 가 평행하므로

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 120°$

점 I 는 $\triangle ABD$ 의 내심이므로

$\angle IAD = \frac{1}{2}\angle BAD = 60°$

또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = \angle BDC = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

점 J 는 $\triangle BCD$ 의 내심이므로

$\angle BDJ = \frac{1}{2}\angle BDC = \frac{1}{2} \times 75 = 37.5°$

$\triangle AED$ 에서 $60° + \angle IEJ + 37.5° + 30° = 180°$

$\therefore \angle IEJ = 52.5°$