1. $ax+b<0$ 이 일차부등식이기 위해 반드시 필요한 조건은?

① $a=0$ ② $b=0$ ③ $a\neq 0$

④ $b\neq 0$ ⑤ $a\neq 0$, $b\neq 0$

해설

$ax+b$ 가 일차식이기 위해서는 x 의 계수가 0 이 아니어야 한다.

2. $3x + 4 \leq 5x - 3$ 을 만족하는 정수 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

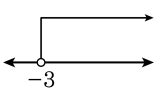
$3x + 4 \leq 5x - 3$

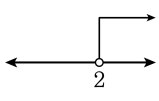
$-2x \leq -7$

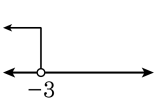
$x \geq \frac{7}{2}$

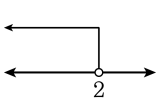
따라서 가장 작은 정수 x 는 4 이다.

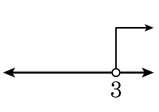
3. 일차부등식 $2(x+1)<6$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$2(x+1)<6$
$2x+2<6$
$2x<4$
$\therefore\ x<2$

4. 일차부등식 $x+1-2(x-1)<4$ 를 만족하는 가장 작은 정수를 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x+1-2(x-1)<4$
$x+1-2x+2<4$
$x-2x<4-1-2$
$-x<1$
$\therefore\ x>-1$

5. 일차부등식 $8-2(x+3) \le 3(x-2)$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 정수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8-2(x+3) \le 3(x-2)$
$8-2x-6 \le 3x-6$
$8 \le 5x$
$x \ge 1.6$
따라서 만족하는 가장 작은 정수는 2 이다.

6. 일차부등식 $0.2(2-x)+0.3>-0.7$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$0.2(2-x)+0.3>-0.7$
양변에 10 을 곱한다.
$2(2-x)+3>-7$
$4-2x+3>-7$
$-2x>-14$
$\therefore\ x<7$
따라서 만족하는 가장 큰 정수는 6 이다.

7. 일차부등식 $2(0.2x+1) \geq x-1.6$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$2(0.2x+1) \geq x-1.6$
$0.4x+2 \geq x-1.6$
양변에 10을 곱하면
$4x+20 \geq 10x-16$
$-6x \geq -36$
$x \leq 6$
만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 6 개이다.

8. 부등식 $0.3(x+4) \leq 0.2(x-1)+0.7x$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

양변에 10 을 곱한다.

$3(x+4) \leq 2(x-1)+7x$

$3x+12 \leq 2x-2+7x$

$3x-2x-7x \leq -2-12$

$-6x \leq -14$

$x \geq \frac{7}{3}$

$\frac{7}{3} = 2.333\cdots$ 이므로 가장 작은 정수는 3 이다.

9. $A = \left\{x \middle| 0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4,\ x\text{는 5보다 큰 자연수}\right\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4$

양변에 10 을 곱한다.

$3x + 5 > 8x - 40$

$3x - 8x > -40 - 5$

$-5x > -45$

$\therefore\ x < 9$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x 는 6, 7, 8 이다.

$\therefore\ n(A) = 3$

10. $a > 0$ 일 때, $-ax > 3a$ 의 해는?

① $x < -1$　② $x < -2$　③ $x < -3$

④ $x > 3$　⑤ $x > -3$

해설

$a > 0$ 이므로 $-a$ 는 음수이므로 양변을 $-a$ 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$\therefore\ x < -3$

11. 다음 중 부등식을 푼 것으로 <u>틀린</u> 것은?

① $a>0$ 일 때, $ax>3 \Rightarrow x>\frac{3}{a}$

② $a>0$ 일 때, $ax-4>0 \Rightarrow x>\frac{4}{a}$

③ $a<0$ 일 때, $ax-4>0 \Rightarrow x<\frac{4}{a}$

④ $a>0$ 일 때, $ax+3>0 \Rightarrow x>-\frac{3}{a}$

⑤ $a<0$ 일 때, $ax+3>0 \Rightarrow x<\frac{3}{a}$

해설

⑤ $ax+3>0$ 은 $ax>-3$ 이고, $a<0$ 이므로 $\frac{1}{a}<0$ 이고, $\frac{1}{a}$ 를 양변에 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다. 즉, $x<-\frac{3}{a}$ 이다.

12. 다음은 민수, 영희, 진호가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 각각 풀이한 과정이다.
다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<민수>
$a < 0$ 일 때,
$3ax - 9a > 4ax - 11a$
$3ax + 4ax > -11a + 9a$
$7ax > -2a$
$x < \frac{-2}{7}$

<영희>
$a < 0$ 일 때,
$3ax - 9a > 4ax - 11a$
$3ax - 4ax > -11a + 9a$
$-ax > -2a$
$x > 2$

<진호>
$a < 0$ 일 때,
$3ax - 9a > 4ax - 11a$
$3ax - 4ax > -11a + 9a$
$-ax > -2a$
$x < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영희

해설

$3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하면 $3ax - 4ax > -11a + 9a$ 이고 정리하면 $-ax > -2a$ 이다. $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않는다. 따라서 $x > 2$ 이다. 영희의 풀이 과정이 올바른 풀이다.
민수는 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하는 과정에서 $4ax$ 가 좌변으로 넘어갈 때 부호가 변하지 않았다.
진호는 $-ax > -2a$ 를 $-a$ 로 나누어 줄 때, $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않아야 하는데 부등호의 방향이 변하였다.

13. $ax - 6 < 0$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, 상수 a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

해설

$ax - 6 < 0$, $ax < 6$ 의 해가 $x > -3$ 이려면 $a = -2$ 이어야 한다.

14. 부등식 $(a+b)x+2a-3b<0$ 의 해가 $x<-\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x+2a+b<0$ 의 해는?

① $x>7$　② $x<7$　③ $x>-7$

④ $x<-7$　⑤ $x<3$

해설

$(a+b)x+2a-3b<0$의 해가 $x<-\frac{3}{4}$이므로 $a+b>0$

식을 정리하면 $x<-\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$-\frac{2a-3b}{a+b}=-\frac{3}{4}$

$8a-12b=3a+3b$

$5a=15b \quad \therefore\ a=3b$

$a+b=4b>0$이므로 $b>0$,

$a=3b$ 를 $(a-2b)x+2a+b<0$ 에 대입하면

$(3b-2b)x+6b+b<0$

$x<-\frac{7b}{b}$

$\therefore\ x<-7$

15. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3}+2a \geq \frac{3x+5}{6}+\frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 x^2+y^2 의 값을 구하여라.(단, x, y는 5보다 작은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\frac{2x-1}{3}+2a \geq \frac{3x+5}{6}+\frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$4x-2+12a \geq 3x+5+15x-12$

$4x-3x-15x \geq 2+5-12-12a$

$-14x \geq -5-12a$

$\therefore\ x \leq \frac{5+12a}{14}$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{5+12a}{14}=\frac{1}{2}$ 에서 $14=10+24a$, $24a=4$, $a=\frac{1}{6}$

$\frac{y}{2x}=\frac{1}{6}$ 고, 5보다 작은 자연수이므로 $x=3$, $y=1$

$\therefore\ x^2+y^2=3^2+1^2=10$

16. 두 일차부등식 $3 > x + 7$와 $-2x + a > 9$의 해가 같을 때, $2a$의 값은? (단, a는 상수)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$3 > x+7$와 $-2x+a > 9$의 해가 같으므로 두 부등식을 정리하여 비교하여 보자.

$x < \dfrac{a-9}{2}$ 와 $3 > x+7 \Rightarrow x < -4$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\dfrac{a-9}{2} = -4$

$a = 1$

$\therefore\ 2a = 2$

17. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x, y라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$10 \le x+y \le 12$

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

두 주사위의 눈의 합이
10이 되는 경우 : $(4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$
11이 되는 경우 : $(5,6)$, $(6,5)$
12가 되는 경우 : $(6,6)$

18. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

19. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x-3) > 2(x+3) \\ 5(x+9) - 5 > 15(x-4) \end{cases}$$

① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x-3) > 2(x+3)$

$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $5(x+9) - 5 > 15(x-4)$

$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$

$\Rightarrow x < 10$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$

$a = \frac{3}{2}$, $b = 10$ 이므로 $b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3 \\ 4 - x \geq \dfrac{x-8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면
$5 - 3x < x - 3$, $x > 2$

ii) $4 - x \geq \dfrac{x-8}{3}$ 의 양변에 3 을 곱하면
$12 - 3x \geq x - 8$, $x \leq 5$

$\therefore$ $2 < x \leq 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3 개이다.

21. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \le 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \le 0.1(x+3), \quad x \le -3$

i), ii) 에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \le -3$ 이므로 만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

22. $0.2x-3 < \frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \le 3-0.6x$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

i) $0.2x-3 < \frac{1}{2}x-\frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$2x-30 < 5x-3$

$-3x < 27$

$x > -9$

ii) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \le 3-0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$5x-3 \le 30-6x$

$11x \le 33$

$x \le 3$

i), ii) 에서 공통된 범위의 해를 구하면 $-9 < x \le 3$ 이므로

$a=-9,\ b=3$ 이다.

따라서 $b-a=3-(-9)=12$

23. $-4 < \dfrac{x+a}{3} < 1$ 의 해가 $-8 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$-4 < \dfrac{x+a}{3} < 1$

$-12 < x+a < 3$

$-12-a < x < 3-a$

$-8 < x < b$

$-12-a = -8$

$\therefore\ a = -4$

$b = 3-a = 3-(-4) = 7 \quad \therefore b = 7$

$\therefore a+b = -4+7 = 3$

24. $A = 2(x+m)$, $B = 5x+4n$, $C = 3x-2n$ 에 대하여 연립부등식 $A \le B \le C$ 를 풀었는데, 실수로 m 과 n 의 값을 바꾸어 푸는 바람에 해가 $8 \le x \le 21$ 이 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A \le B \le C$ 를 만족하는 해의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$A = 2(x+m)$, $B = 5x+4n$, $C = 3x-2n$ 에 대하여 $A \le B \le C$ 를 풀면,

$$\begin{cases} 2(x+m) \le 5x+4n & \Rightarrow\ x \ge \frac{2}{3}(m-2n) \\ 5x+4n \le 3x-2n & \Rightarrow\ x \le -3n \end{cases}$$

$\frac{2}{3}(m-2n) \le x \le -3n$ 에서 잘못하여 m 과 n 의 값을 바꾸어 풀었으므로,

$\frac{2}{3}(n-2m) \le x \le -3m$ 이 되고 이 해집합이 $8 \le x \le 21$ 과 동일하므로,

$$\begin{cases} -3m = 21 & \Rightarrow\ m = -7 \\ \frac{2}{3}(n-2m) = 8 & \Rightarrow\ n = -2 \end{cases}$$

따라서 올바른 해를 구하면

$\frac{2}{3}\{-7-2\times(-2)\} \le x \le -3\times(-2)$ 이 되어

$-2 \le x \le 6$ 이고, 이를 만족하는 해의 최솟값은 -2 이다.

25. 부등식 $\frac{n-15}{2} < x < \frac{n+5}{3}$ 에 대하여 $n = 1, 2, 3$ 일 때의 각 부등식을 모두 만족하는 정수 x 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$n = 1$ 일 때, $-7 < x < 2$

$n = 2$ 일 때, $-\frac{13}{2} < x < \frac{7}{3}$

$n = 3$ 일 때, $-6 < x < \frac{8}{3}$

공통 부분을 찾으면 $-6 < x < 2$

따라서 정수 x 중 가장 큰 값은 1, 가장 작은 값은 -5 이므로, 두 값의 합은 -4 이다.

26. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

27. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{4} < 1$ 의 해가 $-9 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$-3 < \frac{x+a}{4} < 1$

$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \frac{x+a}{4} \\ \frac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$

$-12-a < x < 4-a$ 이므로 $-12-a = -9$

$\therefore\ a = -3$

$4-a = b$ 이므로 $4-(-3) = b$

$\therefore\ b = 7$

따라서 $a+b = -3+7 = 4$ 이다.

28. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \le a$의 해가 $-2 \le x < 1$일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \le a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \cdots ㉠ \\ \frac{5-x}{2} \le a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

㉠을 풀면

$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}$, $4x+8 < 15-3x$, $7x < 7$

$\therefore\ x < 1 \cdots$ (i)

㉡을 풀면 $\frac{5-x}{2} \le a$, $5-x \le 2a$

$\therefore\ x \ge 5-2a \cdots$ (ii)

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x의 범위는 $5-2a \le x < 1$이다.

연립부등식의 해가 $-2 \le x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$\therefore\ a = \frac{7}{2}$

29. 두 부등식 $5x-2>2x+7$, $2x<4+2a$의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \le -1$ ② $a < -1$ ③ $a > -1$

④ $a > 1$ ⑤ $a \le 1$

해설

$5x-2>2x+7$, $x>3$

$2x<4+2a$, $x<a+2$

해가 존재하지 않기 위해서는

$a+2 \le 3$

$\therefore\ a \le 1$

30. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x+2 < -2x-1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \le 4$ ② $0 < a \le 3$ ③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \le 4$ ⑤ $0 < a < 4$

해설

$\begin{cases} 6 < -x+2 < -2x-1 \cdots ㉠ \\ |x| < a \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $6 < -x+2$ 의 해는 $x < -4$

$-x+2 < -2x-1$ 의 해는 $x < -3$

$\therefore x < -4$

㉡에서 $|x| < a$는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$-a \ge -4$, $a \le 4$,

그런데 a는 양수이므로 a의 값의 범위는 $0 < a \le 4$ 이다.