

1. $ax + b < 0$ 이 일차부등식이기 위해 반드시 필요한 조건은?

① $a = 0$

② $b = 0$

③ $a \neq 0$

④ $b \neq 0$

⑤ $a \neq 0, b \neq 0$

해설

$ax + b$ 가 일차식이기 위해서는 x 의 계수가 0 이 아니어야 한다.

2. $3x + 4 \leq 5x - 3$ 을 만족하는 정수 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3x + 4 \leq 5x - 3$$

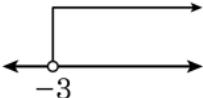
$$-2x \leq -7$$

$$x \geq \frac{7}{2}$$

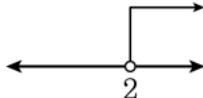
따라서 가장 작은 정수 x 는 4 이다.

3. 일차부등식 $2(x+1) < 6$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

①



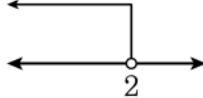
②



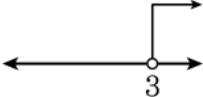
③



④



⑤



해설

$$2(x+1) < 6$$

$$2x + 2 < 6$$

$$2x < 4$$

$$\therefore x < 2$$

4. 일차부등식 $x + 1 - 2(x - 1) < 4$ 를 만족하는 가장 작은 정수를 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

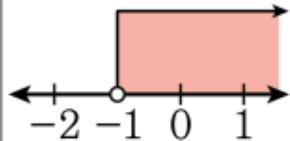
$$x + 1 - 2(x - 1) < 4$$

$$x + 1 - 2x + 2 < 4$$

$$x - 2x < 4 - 1 - 2$$

$$-x < 1$$

$$\therefore x > -1$$



5. 일차부등식 $8 - 2(x + 3) \leq 3(x - 2)$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 정수는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8 - 2(x + 3) \leq 3(x - 2)$$

$$8 - 2x - 6 \leq 3x - 6$$

$$8 \leq 5x$$

$$x \geq 1.6$$

따라서 만족하는 가장 작은 정수는 2 이다.

6. 일차부등식 $0.2(2 - x) + 0.3 > -0.7$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$0.2(2 - x) + 0.3 > -0.7$$

양변에 10 을 곱한다.

$$2(2 - x) + 3 > -7$$

$$4 - 2x + 3 > -7$$

$$-2x > -14$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 만족하는 가장 큰 정수는 6 이다.

7. 일차부등식 $2(0.2x + 1) \geq x - 1.6$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$2(0.2x + 1) \geq x - 1.6$$

$$0.4x + 2 \geq x - 1.6$$

양변에 10을 곱하면

$$4x + 20 \geq 10x - 16$$

$$-6x \geq -36$$

$$x \leq 6$$

만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 6 개이다.

8. 부등식 $0.3(x + 4) \leq 0.2(x - 1) + 0.7x$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

양변에 10 을 곱한다.

$$3(x + 4) \leq 2(x - 1) + 7x$$

$$3x + 12 \leq 2x - 2 + 7x$$

$$3x - 2x - 7x \leq -2 - 12$$

$$-6x \leq -14$$

$$x \geq \frac{7}{3}$$

$\frac{7}{3} = 2.333\ldots$ 이므로 가장 작은 정수는 3 이다.

9. $A = \left\{ x \mid 0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4, x \text{는 } 5 \text{보다 큰 자연수} \right\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4$$

양변에 10 을 곱한다.

$$3x + 5 > 8x - 40$$

$$3x - 8x > -40 - 5$$

$$-5x > -45$$

$$\therefore x < 9$$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x 는 6, 7, 8 이다.

$$\therefore n(A) = 3$$

10. $a > 0$ 일 때, $-ax > 3a$ 의 해는?

① $x < -1$

② $x < -2$

③ $x < -3$

④ $x > 3$

⑤ $x > -3$

해설

$a > 0$ 이므로 $-a$ 는 음수이므로 양변을 $-a$ 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$\therefore x < -3$

11. 다음 중 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

① $a > 0$ 일 때, $ax > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{a}$

② $a > 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x > \frac{4}{a}$

③ $a < 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x < \frac{4}{a}$

④ $a > 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{a}$

⑤ $a < 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x < \frac{3}{a}$

해설

⑤ $ax + 3 > 0$ 은 $ax > -3$ 이고, $a < 0$ 이므로 $\frac{1}{a} < 0$ 이고, $\frac{1}{a}$ 를

양변에 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다. 즉, $x < -\frac{3}{a}$ 이다.

12. 다음은 민수, 영희, 진호가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 각각 풀이한 과정이다.

다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<민수>

$a < 0$ 일 때,

$$3ax - 9a > 4ax - 11a$$

$$3ax + 4ax > -11a + 9a$$

$$7ax > -2a$$

$$x < \frac{-2}{7}$$

<영희>

$a < 0$ 일 때,

$$3ax - 9a > 4ax - 11a$$

$$3ax - 4ax > -11a + 9a$$

$$-ax > -2a$$

$$x > 2$$

<진호>

$a < 0$ 일 때,

$$3ax - 9a > 4ax - 11a$$

$$3ax - 4ax > -11a + 9a$$

$$-ax > -2a$$

$$x < 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영희

해설

$3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하면 $3ax - 4ax > -11a + 9a$ 이고 정리하면 $-ax > -2a$ 이다. $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않는다. 따라서 $x > 2$ 이다. 영희의 풀이 과정이 올바른 풀이다.

민수는 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하는 과정에서 $4ax$ 가 좌변으로 넘어갈 때 부호가 변하지 않았다.

진호는 $-ax > -2a$ 를 $-a$ 로 나누어 줄 때, $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않아야 하는데 부등호의 방향이 변하였다.

13. $ax - 6 < 0$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, 상수 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = -2$

해설

$ax - 6 < 0$, $ax < 6$ 의 해가 $x > -3$ 이려면 $a = -2$ 이어야 한다.

14. 부등식 $(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x + 2a + b < 0$ 의 해는?

① $x > 7$

② $x < 7$

③ $x > -7$

④ $x < -7$

⑤ $x < 3$

해설

$(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 이므로 $a+b > 0$

식을 정리하면 $x < -\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$$-\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{3}{4}$$

$$8a - 12b = 3a + 3b$$

$$5a = 15b \quad \therefore a = 3b$$

$$a + b = 4b > 0 \text{ 이므로 } b > 0,$$

$a = 3b$ 를 $(a-2b)x + 2a + b < 0$ 에 대입하면

$$(3b - 2b)x + 6b + b < 0$$

$$x < -\frac{7b}{b}$$

$$\therefore x < -7$$

15. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.(단, x, y 는 5보다 작은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$$4x - 2 + 12a \geq 3x + 5 + 15x - 12$$

$$4x - 3x - 15x \geq 2 + 5 - 12 - 12a$$

$$-14x \geq -5 - 12a$$

$$\therefore x \leq \frac{5 + 12a}{14}$$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{5 + 12a}{14} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } 14 = 10 + 24a, 24a = 4, a = \frac{1}{6}$$

$\frac{y}{2x} = \frac{1}{6}$ 고, 5보다 작은 자연수이므로 $x = 3, y = 1$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

16. 두 일차부등식 $3 > x + 7$ 와 $-2x + a > 9$ 의 해가 같을 때, $2a$ 의 값은?
(단, a 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$3 > x + 7$ 와 $-2x + a > 9$ 의 해가 같으므로 두 부등식을 정리하여 비교하여 보자.

$$x < \frac{a-9}{2} \text{ 와 } 3 > x + 7 \Rightarrow x < -4$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{a-9}{2} = -4$$

$$a = 1$$

$$\therefore 2a = 2$$

17. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x , y 라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$$10 \leq x + y \leq 12$$

- ▶ 답 : 가지
- ▶ 정답 : 6가지

해설

두 주사위의 눈의 합이

10이 되는 경우 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)

11이 되는 경우 : (5, 6), (6, 5)

12가 되는 경우 : (6, 6)

18. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 3 < 7 \\ 5x + 4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

① -2

② -1

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 7 \\ 5x + 4 \geq x \end{cases}$$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

19. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4) \end{cases}$$

- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x - 3) > 2(x + 3)$

$$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $5(x + 9) - 5 > 15(x - 4)$

$$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$$

$$\Rightarrow x < 10$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$$

$$a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ } \circ] \text{므로 } b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3 \\ 4 - x \geq \frac{x - 8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5 - 3x < x - 3, x > 2$$

ii) $4 - x \geq \frac{x - 8}{3}$ 의 양변에 3을 곱하면

$$12 - 3x \geq x - 8, x \leq 5$$

$\therefore 2 < x \leq 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3개이다.

21. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \leq 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \leq 0.1(x+3), \quad x \leq -3$

i), ii) 에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \leq -3$ 이므로 만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

22. $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

i) $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x - 30 < 5x - 3$$

$$-3x < 27$$

$$x > -9$$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x - 3 \leq 30 - 6x$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

i), ii)에서 공통된 범위의 해를 구하면 $-9 < x \leq 3$ 이므로 $a = -9, b = 3$ 이다.

따라서 $b - a = 3 - (-9) = 12$

23. $-4 < \frac{x+a}{3} < 1$ 의 해가 $-8 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$-4 < \frac{x+a}{3} < 1$$

$$-12 < x+a < 3$$

$$-12-a < x < 3-a$$

$$-8 < x < b$$

$$-12-a = -8$$

$$\therefore a = -4$$

$$b = 3-a = 3-(-4) = 7 \quad \therefore b = 7$$

$$\therefore a+b = -4+7 = 3$$

24. $A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 연립부등식 $A \leq B \leq C$ 를 풀었는데, 실수로 m 과 n 의 값을 바꾸어 푸는 바람에 해가 $8 \leq x \leq 21$ 이 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A \leq B \leq C$ 를 만족하는 해의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 $A \leq B \leq C$ 를 풀면,

$$\begin{cases} 2(x + m) \leq 5x + 4n & \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}(m - 2n) \\ 5x + 4n \leq 3x - 2n & \Rightarrow x \leq -3n \end{cases}$$

$\frac{2}{3}(m - 2n) \leq x \leq -3n$ 에서 잘못하여 m 과 n 의 값을 바꾸어 풀었으므로,

$\frac{2}{3}(n - 2m) \leq x \leq -3m$ 이 되고 이 해집합이 $8 \leq x \leq 21$ 과 동일하므로,

$$\begin{cases} -3m = 21 & \Rightarrow m = -7 \\ \frac{2}{3}(n - 2m) = 8 & \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

따라서 올바른 해를 구하면

$$\frac{2}{3}(-7 - 2 \times (-2)) \leq x \leq -3 \times (-2) \text{ 이 되어}$$

$-2 \leq x \leq 6$ 이고, 이를 만족하는 해의 최솟값은 -2 이다.

25. 부등식 $\frac{n-15}{2} < x < \frac{n+5}{3}$ 에 대하여

$n = 1, 2, 3$ 일 때의 각 부등식을 모두 만족하는 정수 x 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$n = 1$ 일 때, $-7 < x < 2$

$n = 2$ 일 때, $-\frac{13}{2} < x < \frac{7}{3}$

$n = 3$ 일 때, $-6 < x < \frac{8}{3}$

공통 부분을 찾으면 $-6 < x < 2$

따라서 정수 x 중 가장 큰 값은 1, 가장 작은 값은 -5 이므로, 두 값의 합은 -4 이다.

26. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

27. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{4} < 1$ 의 해가 $-9 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$-3 < \frac{x+a}{4} < 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \frac{x+a}{4} \\ \frac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$$

$$-12-a < x < 4-a \text{ } \circ] \text{므로 } -12-a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

$$4-a = b \text{ } \circ] \text{므로 } 4 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 7$$

따라서 $a+b = -3+7 = 4$ 이다.

28. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 의 해가 $-2 \leq x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{7}{2}$

② 3

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \dots \textcircled{\text{I}} \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \dots \textcircled{\text{II}} \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

①을 풀면

$$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}, 4x+8 < 15-3x, 7x < 7$$

$$\therefore x < 1 \dots (\text{i})$$

②을 풀면 $\frac{5-x}{2} \leq a, 5-x \leq 2a$

$$\therefore x \geq 5-2a \dots (\text{ii})$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 범위는 $5-2a \leq x < 1$ 이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$$\therefore a = \frac{7}{2}$$

29. 두 부등식 $5x - 2 > 2x + 7$, $2x < 4 + 2a$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq -1$
- ② $a < -1$
- ③ $a > -1$
- ④ $a > 1$
- ⑤ $a \leq 1$

해설

$$5x - 2 > 2x + 7, \quad x > 3$$

$$2x < 4 + 2a, \quad x < a + 2$$

해가 존재하지 않기 위해서는

$$a + 2 \leq 3$$

$$\therefore a \leq 1$$

30. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

- ① $3 < a \leq 4$
- ② $0 < a \leq 3$
- ③ $0 < a < 3$
- ④ $0 < a \leq 4$
- ⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{1} \\ |x| < a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

㉠에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$$\therefore x < -4$$

㉡에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$$-a \geq -4, a \leq 4,$$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.