

1. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

$$\text{두 식을 연립하면 } b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

2. 임의의  $x$  에 대하여  $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$  를 만족하는 상수  $a, b, c, d$  의 합  $a+b+c+d$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x=0$  을 대입 하면

$$-1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = -1$$

해설

$$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$$

$$= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$$

$$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d \text{ 이므로}$$

$x^3 - 1$  을  $x+1$  로 연속으로 나눌 때

차례대로 나오는 나머지가  $d, c, b$  가 되고 마지막 몫이  $a$  이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	-1	← c
		-1			
	1	-3			← b
	↑				
	a				

3. 직선  $y = 3x + 2$  와 포물선  $y = x^2 + mx + 3$  이 두 점에서 만나기 위한 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < -1, m > 3$

②  $m < 1, m > 5$

③  $-1 < m < 3$

④  $-1 < m < 5$

⑤  $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$  에서  $y$  를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

4. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$$(\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{\Gamma} - \textcircled{\text{L}}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

5. 다항식  $f(x)$ 를 다항식  $g(x)$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 할 때,  $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

①  $-2r(x)$

②  $-r(x)$

③ 0

④  $r(x)$

⑤  $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서  $g(x)$ 의 차수는  $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는  $-r(x)$ 이다.

6. 다항식  $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x - 1$  , 나머지가  $-7x - 2$  이다. 다항식  $B = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

### 해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$  이다.

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을  $2x - 1$  로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

7. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$   
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

8.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

①  $-6$

②  $-4$

③  $-2$

④  $0$

⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

9. 등식  $(2k + 1)y - (k + 3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

10.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고,  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는  $6x+1$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

①  $6x+7$

②  $-6x+5$

③  $7x+7$

④  $7x-1$

⑤  $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2 q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는  $7x-1$ 이다.

11. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$  를  $x+2$ 로 나누면 3이 남고,  $x^2 - 1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + c &= (x+2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

12. 두 점  $(2, 0)$ ,  $(-2, 0)$  을 지나는 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는  $x = c$  일 때, 최솟값  $d$  를 갖는다. 이 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-8$

### 해설

두 점  $(2, 0)$ ,  $(-2, 0)$  을 지나므로

$y = x^2 + ax + b$  는  $y$  축 대칭이다.

축이  $x = 0$  에서  $a = 0$ ,  $c = 0$ ,  $b = d$

$(2, 0)$  을 지나므로  $0 = 4 + b \quad \therefore b = -4 = d$

$\therefore a + b + c + d = 0 - 4 + 0 - 4 = -8$

13.  $-1 \leq x \leq 2$  에서 이차함수  $f(x) = -x^2 + 2x + k$  의 최댓값이 3 일 때,  $f(x)$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

### 해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + k + 1$$

$-1 \leq x \leq 2$  에서 함수  $f(x)$  는

$x = 1$  일 때, 최대이고

최댓값은  $k + 1$  이므로  $k + 1 = 3$

$$\therefore k = 2$$

따라서,  $f(x) = -(x-1)^2 + 3$  이므로

$x = 1$  일 때 최댓값 3을 갖는다.

$-1 \leq x \leq 2$ 에서  $f(-1) = -1$ ,  $f(2) = 2$

이므로 최소는  $x = -1$  일 때, 최솟값

-1을 갖는다.

14.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 실근  $\alpha, \beta$ 를 가질 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라. (단,  $a$ 는 실수)

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\frac{D}{4} = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \text{에서 } a^2 \geq 3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) \\ &= 4a^2 - 18 + 4a^2 = 8a^2 - 18\end{aligned}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 \geq 8 \times 3 - 18 = 6$$

따라서  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6

15. 둘레의 길이가 40 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이 및 최대 넓이  $S$  를 구하여라.

▶ 답 : cm<sup>2</sup>

▷ 정답 : 100 cm<sup>2</sup>

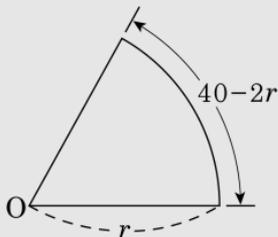
### 해설

부채꼴의 반지름의 길이를  $r$  cm 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times r \times (40 - 2r) = r(20 - r)$$

$$= -r^2 + 20r = -(r - 10)^2 + 100$$

한편  $r > 0$  이고  $40 - 2r > 0$  이므로  $0 < r < 20$   
따라서  $y = 10$  일 때 최대 넓이는  $100\text{m}^2$  이다.



16. 다음 방정식을 만족하는 실수  $x, y$ 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

### 해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서  $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$   
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로  $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡에서  $y = 2x$ 이고, 이것을 ㉠에 대입하면  $x^2 = 1$

따라서,  $x = 1$ 일 때  $y = 2$ ,  $x = -1$ 일 때  $y = -2$

그러므로  $x, y$ 의 값은  $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서  $x, y$ 의 합은  $-3, 3$

17.  $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  임을 이용하여  $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서  $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

18.  $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

19. 다항식  $f(x)$ 는  $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지고  $x+4$ 로 나누면 3이 남는다.  $f(x)$ 를  $(x+2)^2(x+4)$ 로 나눌 때, 나머지를 구하면?

①  $\frac{3}{4}(x+2)^2$

②  $\frac{3}{2}(x+2)^2$

③  $3(x+2)^2$

④  $(x+2)(x+4)$

⑤  $3x^2 + 4x + 3$

해설

$f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 라 놓으면  $f(x)$ 는  $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$ax^2 + bx + c = a(x+2)^2$$

$$\therefore f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + a(x+2)^2$$

또  $f(x)$ 를  $(x+4)$ 로 나눌 때 나머지가 3이므로  $f(-4) = 3$

$$\therefore 4a = 3, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지는 } \frac{3}{4}(x+2)^2$$

20. 등식  $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = 0$

②  $a = -1, b = 2$

③  $a = 1, b = -2$

④  $a = 0, b = 2$

⑤  $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, \quad -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면  $a = 1, b = 2$