1. 전체집합 U에서 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 한다. $\sim p \rightarrow \sim q$가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$ ② $P \cap Q = \phi$ ③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$ ⑤ $P = Q$

2. 다음 중 '모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.'의 부정인 명제를 고르면?

① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.

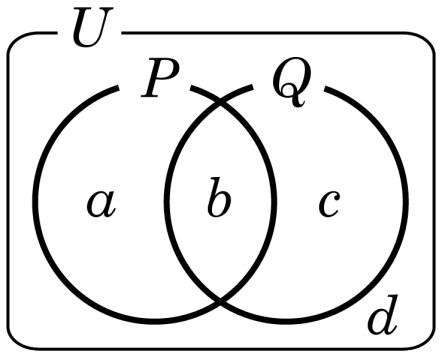
② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.

③ 모든 평화고등하교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.

④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.

⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

3. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \to q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ a와 c

4. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

> '$a+b$가 홀수이면 $a,\ b$ 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.'

① $a+b$ 가 짝수이면 $a,\ b$ 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

② $a,\ b$ 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.

③ $a,\ b$ 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$가 짝수이다.

④ $a,\ b$중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$가 홀수이다.

⑤ $a,\ b$ 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

5. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $1 < x \leq 3$ 은 $x > -2$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- $2x = 4$ 는 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요
② 필요, 충분
③ 충분, 충분
④ 충분, 필요
⑤ 충분, 필요충분

6. $0 < a < 1$ 일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$

④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

7. 부등식 $|x+y| \le |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x = y$ ② $xy > 0$ ③ $xy \ge 0$

④ $x \ge 0,\ y \ge 0$ ⑤ $x \le 0,\ y \le 0$

8. x가 양의 실수 일 때, $x^2+1+\dfrac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x값을 차례대로 구하여라.

답: _____

답: _____

9. 실수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $x^2+y^2+z^2=6$일 때 $x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z$의 최댓값 M과 최솟값 m은?

① $M=3,\ m=0$

② $M=3, m=-3$

③ $M=6, m=0$

④ $M=6, m=-6$

⑤ $M=6, m=-12$

10. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q '의 부정은?

p : $-1 < x \leq 3$, q : $0 < x \leq 2$

① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$

③ $-1 < x \leq 3$

④ $0 < x \leq 2$

⑤ x 는 모든 실수

11. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$ ② $P \cup Q$ ③ $P - Q$

④ $Q - P$ ⑤ $P^c \cup Q^c$

12. 다음 명제 중 참인 것의 개수를 구하면?

㉠ $2a^2 - 3b^2 = ab$ 이면 $a + b = 0$ 이다.

㉡ x 가 무리수 이면 x 는 무한소수이다.

㉢ 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

㉣ x 가 3 의 배수이면 $x + 1$ 은 짝수이다.

㉤ 사각형의 대각선이 직교하면 마름모이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 0개

13. 명제 '$x \le -1$ 이면 $3x + 2 \le k$ 이다.' 가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

14. $p : |x-1| \le h$, $q : |x+2| \le 7$ 에 대하여 'p 이면 q 이다' 가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값은? (단, $h \ge 0$)

① 4 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 다음 보기 중 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 모두 0 이 아니기 위한 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $abc \neq 0$

㉡ $a+b+c \neq 0$

㉢ $a^2+b^2+c^2 \neq 0$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

16. $a,\ b,\ c$ 가 실수일 때, p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : a^2 + b^2 = 0,\ q : a = b = 0$

② $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수

③ $p : a = b,\ q : ac = bc$

④ $p : a - b = 0,\ q : a^2 - 1 = 0$

⑤ $p : ab > 0,\ q : |a + b| = |a| + |b|$

17. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P - Q = \varnothing$ 이면 다음 중 항상 옳은 것은?

① p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

② p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

④ p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.

⑤ p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

18. 두 명제 $p \to q$ 와 $q \to r$ 가 모두 참이면 명제 $p \to r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

> 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p는 r이기 위한 충분조건, q는 r이기 위한 충분조건, s는 r이기 위한 필요조건, q는 s이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

답: _____ 조건

19. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a > 0,\ b > 0$ 이면 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

② 모든 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| > a + b$

③ 모든 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 > ab$

④ 모든 실수 a, b 대하여 $|a - b| \leq |a| - |b|$

⑤ $a > b > 0$ 일 때, $\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$

20. 세 수 2^{60}, 3^{40}, 5^{30} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$

② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$

④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

21. 모든 실수 $x,\ y$에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$이 성립하기 위한 실수 $a,\ b$의 조건은?

① $a \leq b^2$ ② $b^2 \leq a$ ③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$ ⑤ $b \leq 4a^2$

22. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $(2a+b)\left(\frac{8}{a}+\frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

답: _____

23. P 섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q 섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

> A : 우리는 모두 Q 섬에서 왔다.B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P 섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

① A, B는 P 섬, C는 Q 섬에서 왔다.

② A, B는 Q 섬, C는 Q 섬에서 왔다.

③ A, B, C는 모두 Q 섬에서 왔다.

④ B 는 P 섬, A, C는 Q 섬에서 왔다.

⑤ B 는 Q 섬, A, C 는 P 섬에서 왔다.

24. 다음은 정수 a, b 에 대하여 명제 'ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.' 를 증명한 것이다.

a, b 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)
로 나타낼 수 있으므로
$ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
$= 2(2mn - m - n) + 1$
이때, $2mn - m - n$이 [ ]' 이므로, ab 는 [ ]이다.
따라서, 'a, b 가 홀수이면 ab 는 홀수이다.' 는 참이고 이것은
주어진 명제의 [ ]이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

① 자연수, 홀수, 역
② 정수, 짝수, 대우
③ 정수, 홀수, 대우
④ 유리수, 짝수, 이
⑤ 유리수, 홀수, 이

25. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B)^c = B - A$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $A \cap B = \varnothing$ ② $A \cup B = U$ ③ $A \subset B^c$

④ $A^c \cup B = U$ ⑤ $A = B^c$

26. $-1 < x < 1$ 또는 $x > 2$ 이 되기 위한 $x > a$은 필요조건이고 $x > b$는 충분조건일 때 a 의 최댓값과 b의 최솟값의 합을 구하여라.

답: _____

27. $x > 0,\ y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{4y}\right)\left(\frac{1}{x} + 8y\right)$ 의 최솟값을 다음과 같이 구하였다. 이 과정에서 최초로 잘못된 부분과 옳은 답을 구하면?

$\left(x + \frac{1}{4y}\right)\left(\frac{1}{x} + 8y\right) \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y}} \times 2\sqrt{\frac{8y}{x}}$: (가)

$\left(\because \quad x + \frac{1}{4y} \geq \frac{}{2}\sqrt{x \times \frac{1}{4y}}\right.$, : (나)

$\left.\frac{1}{x} + 8y \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \times 8y}\right)$: (다)

따라서 최솟값은 $4\sqrt{2}$: (라)

① (가) , $4\sqrt{2} + 3$ ② (나) , $2 + 2\sqrt{2}$ ③ (다) , $3 + 2\sqrt{2}$

④ (라) , $4 + 3\sqrt{2}$ ⑤ (가) , $3 + 2\sqrt{2}$

28. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$를 지나는 직선 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1\ (a>0,\ b>0)$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, $\triangle \mathrm{OBC}$의 최소 넓이는?

① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

29. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w가 실수일 때, 부등식 $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2) \geq (ax+by+cz+dw)^2$이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

[증명] 모든 실수 t에 대하여 다음 부등식이 성립한다.
$(at-x)^2+(bt-y)^2+(ct-z)^2+(dt-w)^2$ ㉠ 0
이것을 t에 관하여 정리하면
$(a^2+b^2+c^2+d^2)t^2-2(ax+by+cz+dw)t$
$+(x^2+y^2+z^2+w^2)$ ㉠ 0
따라서 항상 성립하기 위해서는
$(ax+by+cz+dw)^2-$
$(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2)$ ㉡ $0 \cdots\cdots$ (이하 생략)

① $>$, $<$ ② $\geq$, $<$ ③ $\leq$, $>$ ④ $\leq$, $\geq$ ⑤ $\geq$, $\leq$

30. 네 개의 명제 p, q, r, s가 다음과 같은 관계를 만족시킬 때, 반드시 참인 명제는? (단, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 $p \Rightarrow q$ 로 나타낸다.)

㉠ $p \Rightarrow q$	㉡ $\sim r$ 그리고 $p \Rightarrow \sim q$
㉢ $\sim s \Rightarrow p$ 그리고 $\sim r$	㉣ $\sim p \Rightarrow \sim s$

① p ② p, q ③ q, r

④ p, q, r ⑤ p, q, r, s

31. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이나 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, n 은 자연수, $x,\ y,\ z$ 는 실수)

① $p : A \cup B = A,\ q : B - A = \phi$

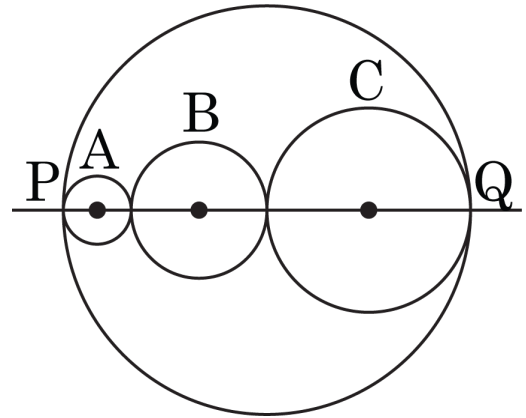
② $p : n^2$ 은 12 의 배수이다., $q : n$ 은 12 의 배수이다.

③ $p : xyz \neq 0,\ q : x,\ y,\ z$ 는 모두 0 이 아니다.

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0,\ q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$

⑤ $p : |x + y + z| = |x| + |y| + |z|,\ q : xy + yz + zx > 0$

32. 다음 그림에서와 같이 외접하고 있는 구 A, B, C가 있다. 겉넓이의 총합이 40π일 때, 현재의 반지름을 각각 2배, 4배, 6배 증가시켰을 때, 점 P에서 Q까지 길이의 최댓값은?



① $4\sqrt{35}$ ② $6\sqrt{35}$ ③ $8\sqrt{35}$

④ $10\sqrt{35}$ ⑤ $12\sqrt{35}$