1. 수열 $1,\ -2,\ 3,\ -4,\ 5,\ \cdots$ 의 11 번째 항은?

① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11 번째 항은 11 이다.

2. 수열 $\log 3, \log 9, \log 27, \cdots$ 의 제 101 항은?

① $10 \log 3$ ② $99 \log 3$ ③ $100 \log 3$
④ $101 \log 3$ ⑤ $102 \log 3$

해설

$a_1 = \log 3$
$a_2 = \log 9 = 2 \log 3$
$a_3 = \log 27 = 3 \log 3$
$\vdots$
$a_n = n \log 3$
$\therefore a_{101} = 101 \log 3$

3. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_3 = a + 2d = 11 \cdots$ ㉠

$a_9 = a + 8d = 29 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a = 5,\ d = 3$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n은

$a_n = 5 + (n-1) \times 3 = 3n + 2$

따라서 20번째 항은 $3 \times 20 + 2 = 62$

4. 등차수열 $10,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{99},\ -390$에서 공차는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$b_1 = 10,\ b_2 = a_1,\ b_3 = a_2,\ \cdots,$

$b_{100} = a_{99},\quad b_{101} = -390$

$\therefore\ b_{101} = 10 + (101 - 1) \cdot d = -390$

$100d = -400$

$\therefore\ d = -4$

5. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 - 3n$일 때, a_{100}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned} a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\ &= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\ &= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\ &= 199 - 3 \\ &= 196 \end{aligned}$$

6. 다음 보기의 수열 중 등비수열인 것은?

보기

㉠ $\{2n+1\}$ ㉡ $\{n^2\}$

㉢ $\{3^{n+1}\}$ ㉣ $\{5 \cdot 3^{n-2}\}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

등비수열은 ar^{n-1} 의 꼴로
나타낼 수 있는 수열이므로

㉢ $3^{n+1} = 3^2 \cdot 3^{n-1}$
첫째항 $= 3^2$, 공비$= 3$

㉣ $5 \cdot 3^{n-2} = \frac{5}{3} \cdot 3^{n-1}$
첫째항$= \frac{5}{3}$, 공비$= 3$

7. 수열 $1,\ a,\ \frac{1}{16},\ b, \cdots$ 가 등비수열을 이룰 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 2　　② 4　　③ 8　　④ 16　　⑤ 32

해설

첫째항$=1$, 공비$=a$

$a_n = a^{n-1}$

$a_3 = a^2 = \frac{1}{16} \quad \therefore a = \pm\frac{1}{4}$

$a_4 = a^3 = \pm\frac{1}{64} = b$

$\therefore \frac{\pm\frac{1}{4}}{\pm\frac{1}{64}} = \frac{64}{4} = 16$($\because$복호동순)

8. $4^3 + 5^3 + 6^3 + \cdots + 10^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2989

해설

$4^3 + 5^3 + 6^3 + \cdots + 10^3 = \sum_{k=1}^{10} k^3 - \sum_{k=1}^{3} k^3$

$= \left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right)^2 - \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right)^2$

$= 3025 - 36 = 2989$

9. 수열 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}, \cdots$ 의 제 15항까지의 합은?

① $\sqrt{14}-1$　② $\sqrt{15}-1$　③ 3
④ $\sqrt{15}+1$　⑤ 5

해설

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}}$$
$$=\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$$
$$=\sum_{k=1}\frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})}$$
$$=-\sum_{k=1}^{15}(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$$
$$=-\left\{(1-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\cdots\right\}$$
$$-\left\{(\sqrt{15}-\sqrt{16})\right\}$$
$$=-(1-\sqrt{16})=\sqrt{16}-1=4-1=3$$

10. $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{101}{100}$ ② $\frac{100}{101}$ ③ $\frac{200}{201}$ ④ $\frac{110}{101}$ ⑤ $\frac{201}{200}$

해설

$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 이므로

$\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{200}\right) + \left(\frac{1}{200} - \frac{1}{201}\right)$

$= \frac{1}{1} - \frac{1}{201} = \frac{200}{201}$

11. 직각삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b, c$가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 이 직각삼각형의 넓이는?

① 52　② 54　③ 56　④ 58　⑤ 60

해설

직각삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이루므로
$a = b - 3,\ c = b + 3$으로 놓을 수 있다.
즉, 세 변의 길이는 $b - 3,\ b,\ b + 3$이고 빗변의 길이가 $b + 3$이므로 피타고라스의 정리를 이용하면
$(b + 3)^2 = (b - 3)^2 + b^2$
$b(b - 12) = 0$
$\therefore b = 12 (\because b > 0)$
이때, $a = b - 3 = 9$
따라서 주어진 직각삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$

12. 수열 $\{a_n\}$은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=20$ 일 때, a_2+a_8의 값은?

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

$a_3,\ a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7$을 차례로 $a-2d,\ a-d,\ a,\ a+d,\ a+2d$로 놓으면

$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a=20$

$\therefore\ a=4$

이때, $a_2=a-3d,\ a_8=a+3d$이므로

$a_2+a_8=2a=8$

13. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 공차가 각각 $2, 3$인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$의 공차는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$
$b_n = b_1 + (n-1) \cdot 3$
$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n-1) \cdot 5$
$\therefore$ 공차$= 5$

14. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = -n^2 + 2n$일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -280

해설

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$
$= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10})$
$= (-20^2 + 2 \times 20) - (-10^2 + 2 \times 10)$
$= -360 - (-80) = -280$

15. 수열 $\{a_n\}$이 첫째항이 3, 공비가 3인 등비수열일 때, $\dfrac{a_{11}+a_{13}+a_{15}+a_{17}}{a_1+a_3+a_5+a_7}$의 값은?

① 3^9 ② 3^{10} ③ 3^{11} ④ 3^{12} ⑤ 3^{13}

해설

$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

$$\frac{3^{11}+3^{13}+3^{15}+3^{17}}{3+3^3+3^5+3^7}$$

$$= \frac{3^{10}(3+3^3+3^5+3^7)}{3+3^3+3^5+3^7}$$

$$= 3^{10}$$

16. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3 인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\log_2 a_n = 2 + (n-1)\cdot 3$$
$$= 3n - 1$$

$a_n = 2^{3n-1}$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

17. 공비가 $-\sqrt{2}$인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+a_4=-30$일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_8$의 값은?

① -120 ② -135 ③ -150 ④ -165 ⑤ -180

해설

수열 $\{a_n\}$은 공비가 $-\sqrt{2}$인 등비수열이므로 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$a_1+a_2+a_3+a_4=a+ar+ar^2+ar^3=-30$

$a_5+a_6+a_7+a_8=ar^4+ar^5+ar^6+ar^7$

$=r^4(a+ar+ar^2+ar^3)$

$=4\times(-30)=-120$

$\therefore\ a_1+a_2+a_3+\cdots+a_8=-30+(-120)=-150$

18. 수열 1, 101, 10101, 1010101, $\cdots$ 에서 제100항은?

① $\dfrac{10^{200}-1}{99}$　② $\dfrac{10^{202}-1}{99}$　③ $10^{201}-1$
④ $\dfrac{10^{402}-1}{99}$　⑤ $10^{401}-1$

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n이라 하면

$a_1 = 1$

$a_2 = 10^2 + 1$

$a_3 = 10^4 + 10^2 + 1$

$\vdots$

$a_n = 10^{2(n-1)} + \cdots + 10^4 + 10^2 + 1$

$= \dfrac{1\left\{(10^2)^n - 1\right\}}{10^2 - 1} = \dfrac{1}{99}(10^{2n} - 1)$

$\therefore\ a_{100} = \dfrac{1}{99}(10^{200} - 1)$

19. $1 \cdot 19 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 17 + \cdots 19 \cdot 1$ 의 값은?

① 1310 ② 1320 ③ 1330 ④ 1340 ⑤ 1350

해설

$1 \cdot 19 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 17 + \cdots 19 \cdot 1$

$= 1 \cdot (20-1) + 2 \cdot (20-2) + 3 \cdot (20-3) + \cdots + 19 \cdot (20-19)$

$= \sum_{k=1}^{19} k(20-k) = \sum_{k=1}^{19} (20k - k^2)$

$= 20 \times \frac{19 \cdot 20}{2} - \frac{19 \cdot 20 \cdot 39}{6}$

$= 190(20-13) = 1330$

20. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} = n^2$, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k} = 2^n$을 만족할 때, $a_9 + a_{10}$의 값은?

① 20　　② 22　　③ 25　　④ 27　　⑤ 30

해설

$n \geq 2$일 때,

$a_{2n-1} = \sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} - \sum_{k=1}^{n-1} a_{2k-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$

$\therefore\ a_9 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$

$a_{2n} = \sum_{k=1}^{n} a_{2k} - \sum_{k=1}^{n-1} a_{2k} = 2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$

$\therefore\ a_{10} = 2^{5-1} = 16$

$\therefore\ a_9 + a_{10} = 25$

21. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+10}$ 의 값은?

① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{11}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{20}{11}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

해설

$$\frac{1}{1+2+\cdots+n}=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{2}{n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}\frac{2}{k(k+1)}=2\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)\right\}$$

$$=2\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{20}{11}$$

22. $\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

k에 1부터 10까지 차례로 대입하여 각 항의 값을 구해서 더하면

$\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]=\left[\frac{2^1}{10}\right]+\left[\frac{2^2}{10}\right]+\left[\frac{2^3}{10}\right]+\left[\frac{2^4}{10}\right]+\cdots+\left[\frac{2^{10}}{10}\right]$

$=0+0+0+1+3+6+12+25+51+102=200$

23. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{40} a_k$의 값은?

(가) $a_{4n} = n^2 (n \geq 1)$ (나) $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} (n \geq 1)$

① 210 ② 385 ③ 420 ④ 560 ⑤ 770

해설

(나)에서 $a_1 + a_2 + a_3 = a_4,\ a_5 + a_6 + a_7 = a_8, \cdots$ 이므로

$\sum_{k=1}^{40} a_k = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_5 + a_6 + a_7 + a_8) + \cdots + (a_{37} + a_{38} + a_{39} + a_{40})$

$= 2a_4 + 2a_8 + 2a_{12} + \cdots + 2a_{40}$

$= 2\sum_{k=1}^{10} a_{4k} = 2\sum_{k=1}^{10} k^2 (\because (가))$

$= 2 \cdot \dfrac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 770$

24. 첫째항이 31, 공차가 -2 인 등차수열에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 220 인 모든 n 의 값의 합은?

① 10　　② 22　　③ 32　　④ 44　　⑤ 56

해설

$$S_n = \frac{n\{2 \cdot 31 + (n-1) \cdot (-2)\}}{2}$$
$$= n\{31 - (n-1)\}$$
$$= n(32 - n)$$
$$= -n^2 + 32n = 220$$

$\therefore$ n 의 값의 합은 32

25. 첫째항이 50이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13번째 항

해설

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n\{2\cdot 50+(n-1)\cdot(-4)\}}{2} \\ &= \frac{n(100-4n+4)}{2} \\ &= \frac{n(-4n+104)}{2} \\ &= n(-2n+52) \\ &= -2n^2+52n \\ &= -2(n^2-26n+13^2-13^2) \\ &= -2(n-13)^2+2\times 13^2 \end{aligned}$$

$\therefore n = 13$일 때 최대

26. 등비수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \cdots$ 에서 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $|S_n - 1| < 0.001$을 만족하는 자연수 n의 최솟값은?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$a_1 = \frac{1}{2},\ r = \frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\therefore |S_n - 1| = |1 - \frac{1}{2^n} - 1| = \frac{1}{2^n}$$

$$\frac{1}{2^n} < 0.001 = \frac{1}{1000}$$

$1000 < 2^n$인 n의 최솟값을 구하면 된다.

그런데 $2^{10} = 1024,\ 2^9 = 512$이므로 $2^n > 1000$인 n의 최솟값은10

27. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음과 같이 정의되어 있다.
$a_n = 2n+1,\ b_n = 3n+3(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$
두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에서 공통인 항을 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 $\{c_n\}$이라 한다. 이때, C_{30}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 183

해설

$a_4 = b_2 = 9,\ a_7 = b_4 = 15,\ a_{10} = b_6 = 21,\ a_{13} = b_8 = 27,\ a_{16} = b_{10} = 33, \cdots$ 이므로 수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 9, 공차가 6인 등비수열이다.
$\therefore\ c_{30} = 9 + 29 \cdot 6 = 183$

28. 매년 자동차에서 배출되는 매연의 양을 1950 년부터 조사한 결과, 최근 10 년 동안 배출된 매연의 양은 그 이전까지 배출된 매연의 양의 2 배와 같다고 한다. 이와 같은 추세가 계속된다고 가정하고, 1960 년까지 배출된 매연의 양을 A 라 할 때, 2031 년 부터 2040 년까지 배출되는 매연의 양은?

① 3^7A　　② 2×3^7A　　③ 3^8A

④ 2×3^8A　　⑤ 3^9A

해설

1960 년까지 배출된 매연의 양이 A 이므로
1961 년부터 1970 년까지 10 년 동안 배출된 매연의 양은 $2A$
1971 년부터 1980 년까지 10 년 동안 배출된 매연의 양은 $2(A+2A)=6A$
1981 년부터 1990 년까지 10 년 동안 배출된 매연의 양은 $2(A+2A+6A)=18A$

$\vdots$

이때, $2A,\ 6A,\ 18A,\ 54A,\cdots$ 를 수열 $\{a_n\}$ 이라 하면
수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 $2A$ 이고 공비가 3 인 등비수열을 이룬다.
따라서 구하는 2031 년부터 2040 년까지 배출되는 매연의 양은
$a_8=2A\times3^7=2\times3^7A$

29. 수열 3, 4, 6, 10, 18, $\cdots$ 의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n은?

① $2n^2+2n-1$　② n^2+2n+1　③ 2^n+2n-1
④ n^2-2n+1　⑤ 2^n-2n

해설

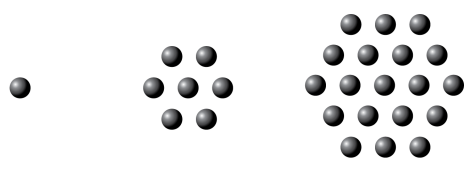
$$\begin{array}{lccccccccc} \{a_n\}: & 3, & & 4, & & 6, & & 10, & & 18, & \cdots \\ & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \\ \{b_n\}: & & 1, & & 2, & & 4, & & 8, & & \cdots \end{array}$$

$$a_n = 3 + \underbrace{(1+2+4+\cdots)}_{(n-1)\text{개}}$$

$$= 3 + \frac{2^{n-1}-1}{2-1} = 2^{n-1}+2$$

$$\therefore\ S_n = \sum_{k=1}^{n}(2^{k-1}+2) = \frac{2^n-1}{2-1} + 2n$$
$$= 2^n + 2n - 1$$

30. 아래 그림과 같이 정육각형 모양이 되도록 배열한 바둑알의 개수를 육각형정수라 한다.
예를 들면, 첫번째 육각형정수는 1이고, 두 번째 육각형정수는 7이다.
이때, 10번째 육각형 정수를 구하여라.



[첫 번째] [두 번째] [세 번째]

▶ 답 :

▷ 정답 : 271

해설

바둑알의 개수를 차례로 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 하고, 그 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하면

$\{a_n\} : 1,\ 7,\ 19,\ 37,\ \cdots$

$\{b_n\} : 6,\ 12,\ 18,\ \cdots$

이때, $b_n = 6n$이므로

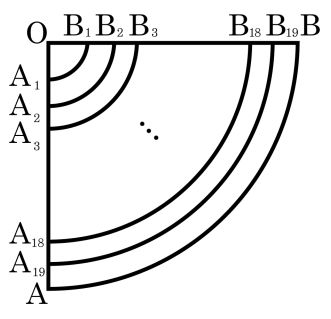
$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 6k$

$= 1 + 6 \times \dfrac{(n-1)n}{2}$

$= 3n^2 - 3n + 1$

$\therefore\ a_{10} = 300 - 30 + 1 = 271$

31. 다음 그림과 같이 사분원 OAB에 대하여 두 선분 OA, OB를 각각 20등분하여 19개의 호를 새로 만들었다. 사분원 OAB의 넓이가 π일 때, 20개의 호의 길이의 총합이 $\frac{m}{n}\pi$이라 할 때, $m+n$의 값은?(단, m, n은 서로소인 정수)



① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

사분원 OAB의 반지름의 길이를 r이라 하면 사분원의 넓이는 $\frac{1}{4}\pi r^2 = \pi$이므로 $r = 2$이다.

이 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AB} = \frac{1}{4} \times 2\pi r = \pi$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{A_1B_1} = \frac{\pi}{20}$이고, 20개의 호 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{A_1B_1}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{A_2B_2}$, $\cdots$, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$의 길이는 등차수열을 이루므로 구하는 호의 길이의 총합은

$$\frac{20\left(\frac{\pi}{20}+\pi\right)}{2} = \frac{21}{2}\pi$$

따라서, $m = 21$, $n = 2$ $\therefore$ $m+n = 23$

32. 각 항이 복소수인 등비수열 $\{Z_n\}$에 대하여 $z_1 = 1,\ z_2 = a + bi,\ z_3 = a - bi$(단, $a,\ b$는 실수, $b > 0$) 일 때, z_1 부터 z_{200} 까지의 항 중에서 실수인 것들의 모든 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$1,\ z_2,\ z_3$가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 $z_2^2 = z_3$

즉, $(a^2 - b^2) + 2abi = a - bi$이고

$b > 0$이므로 $a = -\frac{1}{2},\ b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

즉, $z_1 = 1,\ z_2 = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i),\ z_3 = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}i),\ z_4 = 1, \cdots$

이므로

$z_{3n-2} = 1(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 67)$

따라서, z_1 부터 z_{200} 까지의 항 중에서 실수인 것들의 합은 67 이다.

33. $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 - n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}$ 의 값은?

① $2n^2$　　② $2n^2 - 2n$　　③ $2n62 - 4n$

④ $4n^2 - 6n$　　⑤ $4n^2 - 6n + 2$

해설

$S_n = n^2 - n$

$S_{n-1} = (n-1)^2 - (n-1)$

$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - 2 \ (n \geq 2)$

$a_1 = S_1 = 1 - 1 = 0,$

$a_1 = 2 \cdot 1 - 2 = 0$

$\therefore a_n = 2n - 2 \ (n \geq 2)$

$\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} = a_1 + a_3 + \cdots + a_{2n-1}$

$= (a_1 + a_2 + \cdots + a_{2n-1} + a_n) -$

$(a_2 + a_4 \cdots + a_{2n})$

$= \sum_{k=1}^{n}(2k-2) - (a_2 + \cdots + a_{2n})$

그런데 $a_2 + \cdots + a_{2n}$ 은

항수가 n 개, 초항이 $a_2 = 2,$

끝항이 $a_{2n} = 4n - 2$ 인 등차수열의 합이므로

$= \dfrac{n(2 + 4n - 2)}{2} = 2n^2$

$\therefore \sum_{k=1}^{n}(2k-2) - 2n^2$

$= 2\dfrac{2n(2n+1)}{2} - 4n - 2n^2$

$= 4n^2 + 2n - 4n - 2n^2$

$= 2n^2 - 2n$