1. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2+2x+1=x^2+1$

② $x^2+3=(x-1)^2$

③ $(x-1)(x+2)=4x$

④ $x^3-x^2+2x=0$

⑤ $2x-5=0$

해설

③ x 에 관한 이차방정식이다.

2. 이차방정식 $x^2-5x+6=0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^2-5x+6=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$x=3$ 또는 $x=2$

$x=2$ 가 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근이므로 대입하면

$2(2^2)-2a+5a+4=0$

$3a=-12$

$a=-4$

$\therefore a^2=(-4)^2=16$

3. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ −11 ⑤ −61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$p^2 - 6p = 3$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

4. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$

$x^2-3x=4(2x+3)$, $x^2-3x=8x+12$

$x^2-11x-12=0$, $(x+1)(x-12)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=12$

따라서 $a+b=11$ 이다.

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 5 = 0$의 두 근이 a, b일 때, ab의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ 0

해설

$3x^2 - 2x - 5 = (3x - 5)(x + 1) = 0$

$\therefore x = \frac{5}{3},\ x = -1$

$\therefore ab = \frac{5}{3} \times (-1) = -\frac{5}{3}$

6. 이차방정식 $ax^2+(5-4b)x-6=0$의 한 해가 $x=1$일 때, 상수 $a-4b$의 값은?

① 15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $ax^2+(5-4b)x-6=0$에 $x=1$을 대입하면,

$a+5-4b-6=0$

$\therefore\ a-4b=1$

7. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = -5,\ b = 1$$

$$a + b = -5 + 1 = -4$$

8. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$(x + 4)(x - 1) = 0$

$x = -4,\ 1$

$x^2 + x - 12 = 0$

$(x + 4)(x - 3) = 0$

$x = -4,\ 3$

따라서 공통인 근은 -4이다.

9. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6)+9=0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x+14)$

해설

(완전제곱식)$= 0$의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

10. 이차방정식 $2x^2 - 8x + k - 2 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8 = 2x^2 - 8x + k - 2 = 0$

$k - 2 = 8$

$\therefore k = 10$

11. 이차방정식 $x^2+4x-1=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x^2+4x-1=0$

$x^2+4x=1$

$(x+2)^2=5$

$\therefore a=2,\ b=5$

$\therefore a+b=7$

12. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0$ ← 양변을 a 로 나눈다.
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ ← 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}\leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
∴ ③이 잘못되었다.

13. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore\ a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore\ a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

14. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$

$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$

$\therefore m = 9, n = -3$

$\therefore mn = -27$

15. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7 ② −7, 2 ③ −4, 9 ④ 3, −5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$

$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$

$x^2 + 5x - 14 = 0$

$(x+7)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = -7$ 또는 $x = 2$