

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $2 \notin \{0, 1\}$

② $1 \in \{1, 5\}$

③ $4 \notin \{1, 2, 3\}$

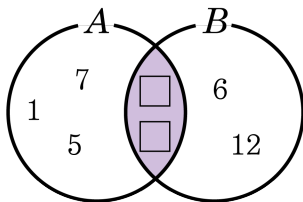
④ $3 \in \{1, 5, 9\}$

⑤ $10 \notin \{1, 2, 5, 7\}$

해설

$3 \notin \{1, 5, 9\}$

2. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

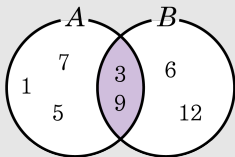
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



3. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

4. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

5. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

6. 세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표는?

① $(2, 3)$

② $(-2, 3)$

③ $(2, -3)$

④ $(-2, -3)$

⑤ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

해설

세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이라 하면

이 원이 세점을 지나므로

$$(-1)^2 + 1^2 - a + b + c = 0$$

$$\therefore a - b - c = 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2^2 + 2^2 + 2a + 2b + c = 0$$

$$\therefore 2a + 2b + c = -8 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$6^2 + 6a + c = 0$$

$$\therefore 6a + c = -36 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 6, c = -12$$

즉, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 이므로

표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

따라서, 원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

7. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

연립하면 $a = -1, b = 3$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

8. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

9. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + a \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + a\end{aligned}$$

$x^2 + 5x + 4 = Y$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= Y(Y+2) + a \\ &= Y^2 + 2Y + a\end{aligned}$$

$\therefore$ 완전제곱식이 되려면 $a = 1$

10. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = ax + b|x|$ (a, b 는 상수)가 역함수를 가질 조건은?

① $a^2 - b^2 < 0$

② $a^2 - b^2 > 0$

③ $a + b > 0$

④ $a - b > 0$

⑤ $a - b < 0$

해설

$$f(x) = \begin{cases} (a+b)x & (x \geq 0) \\ (a-b)x & (x < 0) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 역함수를 가지려면

$f(x)$ 가 증가함수이거나 감소함수이어야 하므로

두 직선 $y = (a+b)x, y = (a-b)x$ 의 기울기의 부호가 같아야 한다.

$$\therefore (a+b)(a-b) > 0, \quad a^2 - b^2 > 0$$

11. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

① $-4\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $\pm 4\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$

⑤ $\pm 8\sqrt{3}$

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = 4 \times (\pm 2\sqrt{3}) \\ &= \pm 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

12. $w : x = 4 : 3$, $y : z = 3 : 2$, $z : x = 1 : 6$ 일 때, $w : y$ 는?

① $1 : 3$

② $16 : 3$

③ $20 : 3$

④ $27 : 4$

⑤ $12 : 1$

해설

$$\frac{w}{y} = \frac{w}{x} \cdot \frac{x}{z} \cdot \frac{z}{y} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

13. $|x|(2+3i) + 2|y|(1-2i) = 6-5i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(2|x| + 2|y|) + (3|x| - 4|y|)i = 6 - 5i$$

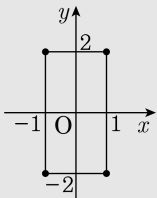
복소수의 상등에 의하여

$$|x| + |y| = 3, \quad 3|x| - 4|y| = -5$$

두 식을 연립하면

$$|x| = 1, \quad |y| = 2$$

$$(x, y) \rightarrow (1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2)$$



$$\therefore \text{직사각형의 넓이} = 2 \times 4 = 8$$

14. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z\bar{z} = 5$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{5}{z} \right)$ 를 간단히 하면?

① b

② $2b$

③ 0

④ $5a$

⑤ a

해설

$$z\bar{z} = 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{5}{z} \right) = \frac{1}{2} (z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$$

15. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$a = bc, b = ca, c = ab,$$

$$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$$

$$abc \neq 0, \quad abc = 1,$$

$$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$$

$$a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$$

그러나 $abc = 1$ 이므로, a, b, c 중에서 -1 인 것은 없거나 2개이다.

$$\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$