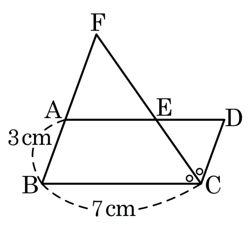
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



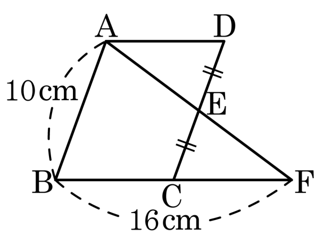
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\,\text{cm})$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\,\text{cm})$

2. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E , $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.

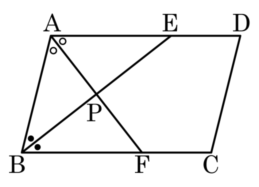


① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 9cm　⑤ 8cm

해설

$\triangle\mathrm{AED}$ 와 $\triangle\mathrm{FEC}$ 에서
$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각),
$\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각) 이므로
$\triangle\mathrm{AED} \equiv \triangle\mathrm{FEC}$(ASA합동)
따라서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이다.
즉, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $2\overline{\mathrm{AD}} = 16$
$\therefore \overline{\mathrm{AD}} = 8(\mathrm{cm})$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AEB + \angle AFB$ 의 크기는?



① $70°$ ② $75°$ ③ $80°$

④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

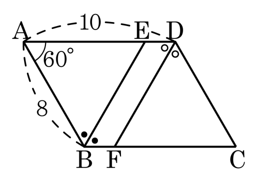
$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AEB = 180°$

$\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AFB = 180°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle AEB + \angle AFB &= 360° - \frac{3}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= 360° - 270° \\ &= 90° \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\square BEDF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



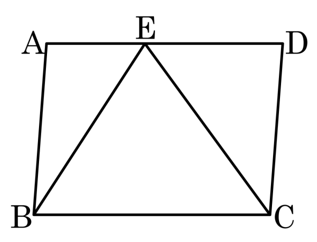
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA (\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
$\square BEDF$는 평행사변형이다.
$\therefore \square BEDF$ 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $168\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 5 : 7$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{ECD}$ 의 넓이를 차례대로 써라.



▶ 답: $\underline{\quad\mathrm{cm}^2}$

▶ 답: $\underline{\quad\mathrm{cm}^2}$

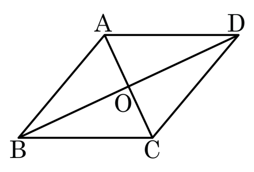
▷ 정답: 35 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: 49 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$$\triangle\mathrm{ABE} = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{5}{12} \times 84 = 35(\mathrm{cm}^2)$$
$$\triangle\mathrm{ECD} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{7}{12} \times 84 = 49(\mathrm{cm}^2)$$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면? (2 개)



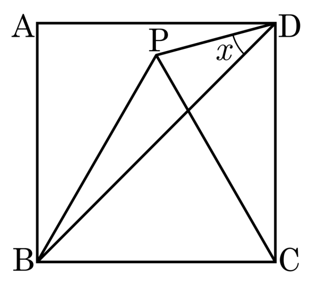
① $\overline{AC} = \overline{BD}$
② $\overline{AB} = \overline{AD}$
③ $\angle BCD = \angle CDA$
④ $\angle ABD = \angle DBC$
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고,
△PBC 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

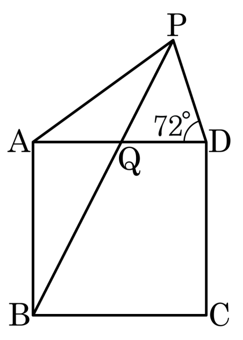


① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

$\angle \mathrm{CDB} = 45^\circ$,
$\angle \mathrm{PCD} = 30^\circ$ 이고 $\overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{CDP} = 75^\circ$,
$\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

8. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{AD} = \overline{AP}$이고 $\angle ADP = 72°$일 때, $\angle AQB$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $°$

▷ 정답 : $63°$

해설

$\angle APD = \angle ADP = 72°$

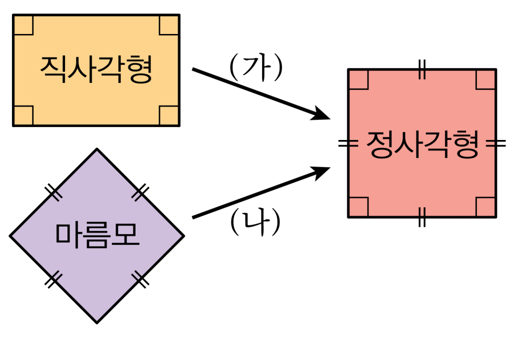
$\angle PAD = 180° - 72° \times 2 = 36°$

$\angle PAB = 36° + 90° = 126°$

$\angle APQ = (180° - 126°) \div 2 = 27°$

$\angle AQB = 27° + 36° = 63°$

9. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

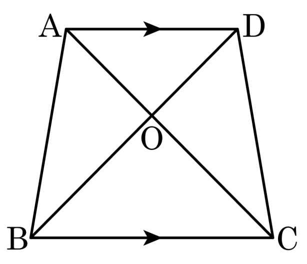
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

10. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle$OBC 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle$ABC 와 $\triangle$DCB 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ 이고, $\overline{BC}$ 는 공통,
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle$ABD 와 $\triangle$DCA 에서
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 밑변 $\overline{AD}$ 는 공통이므로
($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

11. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

12. 다음 중 옳은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

13. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 등변사다리꼴 ㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형 ㉣ 마름모
㉤ 정사각형 ㉥ 사다리꼴

① ㉠, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

14. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
$ak^2 + bk = -4$ 이므로
$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

15. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$
② $x=-2$ 또는 $x=3$
③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$
④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.
$3x-2=0$ 또는 $2x+3=0$
$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

16. 이차방정식 $x^2+3x-28=0$ 을 풀면?

① $x=4$ 또는 $x=-7$ ② $x=-4$ 또는 $x=7$
③ $x=-4$ 또는 $x=-1$ ④ $x=3$ 또는 $x=-1$
⑤ $x=1$ 또는 $x=-3$

해설

$x^2+3x-28=0$
$(x-4)(x+7)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-7$

17. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 $a,\ b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$
$x^2-3x=4(2x+3)$, $x^2-3x=8x+12$
$x^2-11x-12=0$, $(x+1)(x-12)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=12$
따라서 $a+b=11$ 이다.

18. 이차방정식 $3x^2-4x-4=0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b-ab$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$3x^2-4x-4=0$

$(3x+2)(x-2)=0$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

$a+b-ab=-\frac{2}{3}+2-\left(-\frac{2}{3}\times 2\right)=\frac{8}{3}$

19. 이차방정식 $2x+5=x^2+4x+m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=6$

해설

$2x+5=x^2+4x+m$ 이 중근을 가지므로
$x^2+2x+m-5=0$ 에서
$\frac{D}{4}=1-1\times(m-5)=0$,
$1-m+5=0$
$\therefore\ m=6$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2+8x+15-k=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값은?

① $k=-1$ ② $k=1$ ③ $k=-2$
④ $k=2$ ⑤ $k=0$

해설

중근을 가지려면 $x^2+8x+15-k$가 완전제곱식이 되어야 하므로 $15-k=16$이다.
$\therefore k=-1$

21. 이차방정식 $(x-3)(2x-5)=5x-4$ 를 $(x-p)^2=k$ 의 꼴로 나타낼 때,$k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$(x-3)(2x-5)=5x-4$
$2x^2-11x+15-5x+4=0$
$2x^2-16x+19=0$
$2(x^2-8x+16)=-19+32$
$2(x-4)^2=13$
$(x-4)^2=\frac{13}{2}$
$\therefore\ k=\frac{13}{2},\ p=4$
$\therefore k-p=\frac{13}{2}-4=\frac{5}{2}$

22. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+① =-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$

$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

23. 이차방정식 $3x^2+7x+1=0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$

$A=6, B=-7,\ C=37$ 이므로

$\therefore A+B+C=36$

24. 이차방정식 $-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$,

$-x+\frac{2}{5}(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$-15x+6(x^2+1)=-5(x-1)(2x+3)$

$16x^2-10x-9=0$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$x=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{16}=\frac{5\pm13}{16}$

$\therefore\ x=\frac{9}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$\alpha<\beta$ 이므로 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{8}$

$\therefore\ \alpha-\beta=-\frac{13}{8}$

25. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1)=\frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7 ② −7, 2 ③ −4, 9 ④ 3, −5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1)=2(x-2)^2$

$3x^2-3x-6=2x^2-8x+8$

$x^2+5x-14=0$

$(x+7)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-7$ 또는 $x=2$