1. 다음 명제 중 '역'이 참인 것을 고르면? ($a,\ b,\ x,\ y$ 는 모두 실수)

① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$

② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$

③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수

④ $\triangle \mathrm{ABC}$ 가 정삼각형이면 $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$

⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $\mathrm{A} \supset \mathrm{B}$ 이면 $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{A}$

해설

① 역 : $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.(거짓, 반례 : $a = 0$)
② 역 : $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례 : $a = 1, b = -1$)
③ 역 : $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
④ 역 : $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$ 이면 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
⑤역 : $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{A}$ 이면 $\mathrm{A} \supset \mathrm{B}$ 이다.(참)

2. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

3. 명제「$p \to \sim q$」의 역이 참일 때, 반드시 참인 명제는?

① $p \to q$ ② $\sim p \to q$ ③ $\sim p \to \sim q$
④ $\sim q \to p$ ⑤ $\sim q \to \sim p$

해설
주어진 명제의 역「$\sim q \to p$」가 참이므로, 반드시 참인 명제는 역의 대우인「$\sim p \to q$」도 참이다.

4. 두 조건 $p : x-2 \neq 0$, $q : x^2-ax+2 \neq 0$에서 $q \rightarrow p$가 참일 때, a 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.
$x-2=0 \Rightarrow x^2-ax+2=0 \therefore a=3$

5. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $\sim q \to \sim p$	㉡ $r \to \sim p$	㉢ $r \to p$
㉣ $p \to r$	㉤ $\sim q \to p$	

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉣

해설

$p \to q$와 $r \to \sim q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \to \sim p$, $q \to \sim r$이 참
$p \to q \to \sim r$이므로 $p \to \sim r$가 참이고 그 대우인 $r \to \sim p$가 참

6. 두 명제 $p \to q$ 와 $\sim r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① $q \to r$　　② $\sim p \to \sim r$　　③ $\sim r \to \sim p$

④ $p \to r$　　⑤ $\sim q \to \sim p$

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

$p \to q\ (T) \Rightarrow \sim q \to \sim p\ (T)$

$\sim r \to \sim q\ (T) \Rightarrow q \to r\ (T)$

$p \to q \to r$ 이므로, $p \to r\ (T)$

$\therefore \sim r \to \sim p\ (T)$

7. 전체집합 U 의 세 부분집합 $P,\ Q,\ R$ 는 각각 세 조건 $p,\ q,\ r$ 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q$, $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$　　② $Q \subset R$　　③ $P^c \subset R^c$

④ $P \subset Q^c$　　⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$

$r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$

또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.

$\therefore\ P^c \subset R^c$

따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

8. 네 개의 명제 p, q, r, s가 다음과 같은 관계를 만족시킬 때, 반드시 참인 명제는? (단, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 $p \Rightarrow q$ 로 나타낸다.)

㉠ $p \Rightarrow q$	㉡ $\sim r$ 그리고 $p \Rightarrow \sim q$
㉢ $\sim s \Rightarrow p$ 그리고 $\sim r$	㉣ $\sim p \Rightarrow \sim s$

① p　　② p, q　　③ q, r

④ p, q, r　　⑤ p, q, r, s

해설

㉡ $\sim r$ 그리고 $p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow q \rightarrow r$ 또는 $\sim p$

㉣ $\sim p \Rightarrow \sim s \Leftrightarrow s \Rightarrow p$

㉢, ㉣에서 s 가 참이든, 거짓이든 반드시 p 는 참이다. ㉠에서 p 가 참이면 q가 참이고 ㉡에서 q 가 참이면 r도 참이다. ($\because \sim p$ 는 거짓) ㉢에서 대우가 참이므로 s도 참이다.

$\therefore$ p, q, r, s 모두 참이다.

9. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

㉠ 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.
㉡ 우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

① 어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

② 우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.

③ 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

④ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.

⑤ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다. 따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.
∴ 답 ④

10. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 「n이 홀수이면 n도 홀수이다.」임을 증명한 것이다.

> [증명]
> 주어진 명제의 (가)를 구해보면,
> 「n이 짝수이면 n^2도 짝수이다. 」
> 이 때, n이 짝수이면
> $n =$(나) (단, k는 자연수)로 놓을 수 있다.
> 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$이므로 n^2도 짝수이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 대우, $2k$　② 대우, $4k$　③ 대우, $2k+1$
④ 역, $2k+1$　⑤ 역, $4k^2$

해설

[증명]
주어진 명제의 대우를 구해보면,
「n이 짝수이면 n^2도 짝수이다. 」
이 때, n이 짝수이면
$n = (2k)$ (단, k는 자연수)로 놓을 수 있다.
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$이므로 n^2도 짝수이다.