1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$를 $x^2 + 1$로 나눈 나머지는?

① $x - 1$ ② x ③ 1

④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

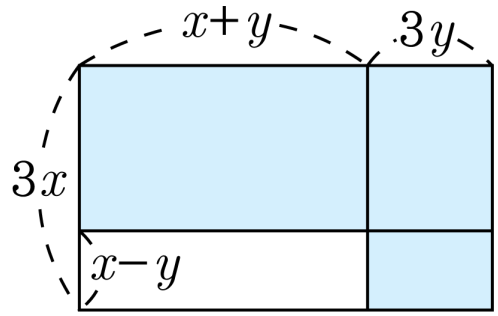
해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

3. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$으로 나눈 나머지는 $6x+1$이다. 이때, $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $6x+7$ ② $-6x+5$ ③ $7x+7$

④ $7x-1$ ⑤ $8x+13$

해설

$f(1)=6,\ f(x)=(x-2)^2q(x)+6x+1$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에서

$f(1)=a+b=6,\ f(2)=2a+b=13$

$\therefore\quad a=7,\ b=-1$

따라서 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $7x-1$이다.

4. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 -4이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

5. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i=1$일 때, $a+b+c$의 값을 옳게 구한 것은?

1	1	a	b	c
		d	e	f
	1	g	h	i

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	b	c
		1	$a+1$	$a+b+1$
	1	$a+1$	$a+b+1$	$a+b+c+1$

이때 $a+b+c+1=1$이므로

$a+b+c=0$

따라서 ③이다.

6. 모든 실수 x에 대하여 $x^{10}+1=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{10}(x-1)^{10}$이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 513

해설

양변에 $x=0$을 대입하면

$1=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}\cdots$①

양변에 $x=2$을 대입하면

$2^{10}+1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}\cdots$②

① + ②에 의해

$2^{10}+2=2(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10})$

$\therefore (a_0+a_2+\cdots+a_{10})=2^9+1=513$

7. x^{100} 을 $x+2$ 로 나눈 몫을 $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{99}x^{99}$ 라 할 때, $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{99}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}(1-2^{100})$ ② $\frac{1}{6}(1-2^{100})$ ③ $\frac{1}{4}(1-2^{100})$

④ $\frac{1}{3}(1-2^{100})$ ⑤ 1

해설

(i) $f(x)=x^{100}=(x+2)Q(x)+R$ 라 하면

$f(-2)=2^{100}=R$

$\therefore\ R=2^{100}$

$f(1)=3Q(1)+R$

$\therefore\ Q(1)=\frac{1}{3}(1-R)=\frac{1}{3}(1-2^{100})$

(ii) $Q(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_{99}x^{99}$

$\therefore\ Q(1)=a_0+a_1+\cdots+a_{99}$

$\therefore\ a_0+a_1+\cdots+a_{99}=Q(1)=\frac{1}{3}(1-2^{100})$