

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

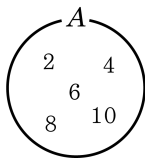
2. 10 보다 작은 홀수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $2 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 3, 5, 7, 9 이므로 $3 \in A$ 이다.

3. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B$

② $n(A) = 3$

③ $n(B) = 5$

④ $B \not\subset A$

⑤ $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

5. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

6. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는?

① 28

② 29

③ 30

④ 31

⑤ 32

해설

$$A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

전체 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

공집합을 제외한 부분집합의 개수 : $32 - 1 = 31$

7. 집합 A 의 부분집합의 개수가 4 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$2^n = 4 \therefore n = 2$$

8. 두 집합 $A = \{2, 5\}$, $B = \{5, a\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 집합 A, B 가 서로 같으므로 $\{2, 5\} = \{5, a\}$

따라서 $2 = a$

9. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

㉠ $\{3, 1\}$

㉡ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$

㉢ $\{0, 1, 3\}$

㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$, $B = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

$100 \div 2 = 50$ 이므로 $n(A) = 50$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이므로 $n(B) = 9$

따라서 $n(A) + n(B) = 50 + 9 = 59$ 이다.

11. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \in A$

⑤ $\{2\} \in A$

해설

$\{2\} \subset A$

12. 집합 $A = \{0, 1, \emptyset, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \subset A$

② $\emptyset \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $\{0, 1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 A 의 원소이므로 기호 $\in$ 를 사용해야 한다.

13. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $C \subset A$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이라도 $A = B$ 가 아닐 수 있다.
- ④ $\{\emptyset\}$ 은 $\{0, \emptyset\}$ 의 부분집합이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이다.

해설

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 일 때, B, C 의 포함 관계는 알 수 없다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이 아니다.

14. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)

㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

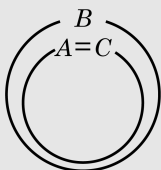


그림 1

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

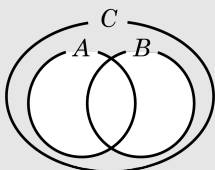


그림 2

㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$

이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$

또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$

이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡으로부터 $A = B = C$

따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)

㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

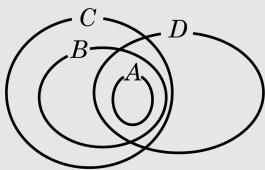


그림 3

15. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

① 32 개

② 16 개

③ 8 개

④ 7 개

⑤ 6 개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

16. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소는 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{0\}$

▷ 정답 : $\{0, 1\}$

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소 2를 포함하지 않는 부분집합을 원소의 개수별로 차례대로 구하면 $\{0\}, \{0, 1\}$ 이다

17. 두 집합 $A = \{1, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것은?

① $\emptyset$

② $\{5\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

① $\{1, 7\} \not\subset \emptyset$

② $\{1, 7\} \not\subset \{5\}$

③ $\{1, 7\} \not\subset \{1, 3\}$

④ $\{1, 7\} \not\subset \{1, 3, 5\}$

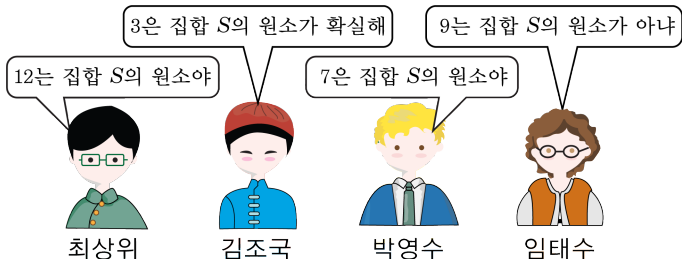
18. 다음은 밑줄친 부분 때문에 집합이 되지 않는 문장이다. 집합이 되도록 밑줄친 부분을 고칠 때, 알맞게 고친 것은?

- ① 행운의 숫자들의 모임 → 5보다 큰 숫자들의 모임
- ② 우리반에서 눈이 작은 학생들의 모임 → 우리반에서 눈이 큰 학생들의 모임
- ③ 노래 잘하는 학생들의 모임 → 노래 못하는 학생들의 모임
- ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 적은 도시의 모임
- ⑤ 키가 작은 학생들의 모임 → 키가 큰 학생들의 모임

해설

① ‘행운’이란 단어는 기준이 분명하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

19. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.

$$\therefore S = \{3, 6, 9\}$$

최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.

김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.

박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.

임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

20. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

① $\{1, 3, 5, \dots\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

21. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $10 \in B$

③ $\emptyset \subset A$

④ $2 \subset B$

⑤ $7 \in B$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

① $B \subset A$

④ $2 \in B$

⑤ $7 \notin B$

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개) 이다.

23. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$$

$$(\text{부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$$

24. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{10-2-7} = 2^1 = 2(\text{개})$$

25. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 3이 속해 있는 부분집합을 $B_1, B_2, \dots$ 라고 하고, 4가 속해 있는 부분집합을 $C_1, C_2, \dots$ 라고 하자. 이때, 집합 $\{B_1, B_2, \dots, C_1, C_2, \dots\}$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 96 개

해설

3이 속해 있는 A 의 부분집합의 개수는

$$2^{7-1} = 2^6 = 64 \text{ (개)}$$

4가 속해 있는 A 의 부분집합의 개수는

$$2^{7-1} = 2^6 = 64 \text{ (개)}$$

3과 4 모두 속해 있는 부분집합의 개수는

$$2^{7-2} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

따라서 $B_1, B_2, \dots$ 는 모두 64개이고 $C_1, C_2, \dots$ 도 64개이며
이 중 32개는 서로 같은 부분집합이므로 구하는 집합의 원소의
개수는 $64 + 64 - 32 = 96$ (개)

26. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

짝수를 제외한 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1 개인 부분집합 : $\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}$

원소가 2 개인 부분집합 : $\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}$

원소가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

원소가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}$

이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 홀수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합이 아니다.

따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 갯수는 15개이다.

27. 다음 조건을 만족하는 집합 A 에 대하여 $\frac{1}{2} \in A$ 일 때, 원소의 개수가 가장 적은 집합 A 의 원소들의 합을 구하면?

$$a \in A \text{ 이면 } \frac{a}{a-1} \in A \text{ (단, } a \neq 1 \text{)}$$

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{1}{2} \in A \text{ 이면 } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = -1 \in A$$

$$-1 \in A \text{ 이면 } \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2} \in A$$

$$\frac{1}{2} \in A \text{ 이면 } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} = -1 \in A \dots$$

따라서 원소의 개수가 가장 적은 집합 A 는 $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ 이므로 원소들의 합은 $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ 이다.

28. 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 무한집합

② $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ 유한집합

③ $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 무한집합

④ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 무한집합

⑤ 공집합

29. 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 C 의 개수를 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} A \not\subset C$$

$$\textcircled{\text{㉡}} C \subset B$$

$$\textcircled{\text{㉢}} a \in C, b \in C$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

㉠과 ㉢에 의하여 $a \in C, b \in C, c \notin C$ 이다.

따라서 집합 C 는 a 와 b 를 포함하고 c 를 포함하지 않는 B 의 부분집합이므로 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

30. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중에서 3 또는 7을 원소로 갖는 집합의 개수는?

① 16 개

② 18 개

③ 20 개

④ 22 개

⑤ 24 개

해설

원소 개수가 n 개인 집합의 부분집합 개수 = 2^n

㉠ 집합 A 의 부분집합 개수: $2^5 = 32$

㉡ 3, 7을 모두 원소로 갖지 않는 집합의 개수: $2^3 = 8$

㉢ 3 또는 7을 원소로 갖는 집합의 개수: $2^5 - 2^3 = 24$