

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?
- ① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임
 - ② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임
 - ③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임
 - ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임
 - ⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg 이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

3. 집합 $M = \{a + bi \mid a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 + z_2 \in M$

㉡ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 z_2 \in M$

㉢ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $\frac{z_1}{z_2} \in M$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$z_1 = a + bi \in M$, $z_2 = c + di \in M$ 이라 하자.

㉠ $z_1 + z_2 = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (a + c)^2 + (b + d)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 \\ &= 2 + 2(ac + bd) \end{aligned}$$

이므로 $2 + 2(ac + bd) \neq 1$ 일수 있으므로 $z_1 + z_2 \in M$ 이라 할 수 없다.

㉡ $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di)$
 $= ac + adi + bci - bd$
 $= (ac - bd) + (ad + bc)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 \\ &= a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2 \\ &= a^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2 + b^2c^2 \\ &= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) = a^2 + b^2 = 1 \quad (\because c^2 + d^2 = 1) \end{aligned}$$

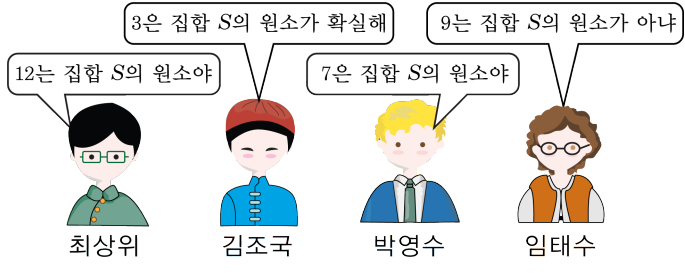
$\therefore z_1 \cdot z_2 \in M$

㉢ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di}$
 $= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)}$
 $= \frac{ac - adi + bci + bd}{c^2 + d^2}$
 $= (ac + bd) + (bc - ad)i$
($\because c^2 + d^2 = 1$)에서

$$\begin{aligned} & (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2 \\ &= a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2d^2 \\ &= a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 = (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2 \\ &= c^2 + d^2 = 1 \end{aligned}$$

$\therefore \frac{z_1}{z_2} \in M$

4. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.
 $\therefore S = \{3, 6, 9\}$
최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.
김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.
박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.
임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

5. 4의 배수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $8 \in A$

④ $10 \in A$

⑤ $12 \notin A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{4, 8, 12, \dots\}$ 이다.
따라서 $8 \in A$

6. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ { x 는 10 이하의 짝수}
- ㉡ { x 는 10보다 작은 2의 배수}
- ㉢ { x 는 24의 약수}
- ㉣ { x 는 18의 약수}
- ㉤ { x 는 36의 배수}

(1) {2, 4, 6, 8, 10}

(2) {1, 2, 3, 6, 9, 18}

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2 의 배수)라는 점이고

(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18 의 약수라는 점이다.

7. 집합 $A = \{2a - b \mid 3a + 2b \leq 10, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 와 서로 같은 것은?

- ① $\{x \mid -1 < x < 3, x \text{는 정수}\}$ ② $\{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$
③ $\{x \mid 1 < x < 5, x \text{는 자연수}\}$ ④ $\{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \text{는 자연수}\}$
⑤ $\{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \text{는 자연수}\}$

해설

$3a + 2b \leq 10$ 을 만족하는 자연수 a, b 의 순서쌍은 $(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2)$ 이므로, $2a - b = \{1, 0, -1, 3, 2\}$
 $\therefore A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$

8. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면?

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{0\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 1\text{보다 작은 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 3 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 4\text{보다 크고 } 6\text{보다 작은 짝수}\}$

해설

- ③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합
- ⑤ 4보다 크고 6보다 작은 짝수는 없으므로 공집합

9. 두 집합 A, B 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 11 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 24 \text{를 만족하는 짝수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A) + n(C)$ 는?
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore n(A) = 5$
 $B = \{11, 22, 33, \dots, 99\} \therefore n(B) = 9$
 $C = \{2\} \therefore n(C) = 1$
 $\therefore n(B) - n(A) + n(C) = 9 - 5 + 1 = 5$

10. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $n(A) < n(B)$

③ $6 \notin B$

④ $B = \{1, 3, 9\}$

⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

② $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① $n(\varnothing) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x|x\text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x|x\text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\phi) = 0, n(\{0\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
- ③ $n(\{4\}) = 1$
- ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
- ⑤ $n(\{3\}) = 1$

12. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}, Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

13. 집합 $A = \{1, 3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

원소의 개수가 3 개 이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개) 이다.

14. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은?

① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$

③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsubset\}$

해설

② 포함관계가 없다.

③ $A \subset B$

④ 포함관계가 없다.

⑤ $A \subset B$

15. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$

㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

㉢ $1 \in \{1, 2\}$

㉣ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$

㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

- ① 1 개

② 2 개

③ 3 개

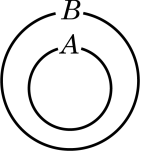
④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳다.

16. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 6의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 3, 6이므로 4개이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$ 이면, $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이다.

④ $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 4\} \subset B$

⑤ $\{4, 5\} \subset \{5, 4\}$

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

18. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{1, 2\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$ ③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$
④ $A \subset A$ ⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

19. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$

② $\{\emptyset\}$

③ $\emptyset$

④ $\{0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

20. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)
㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

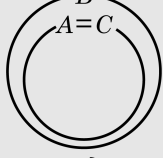


그림 1

- ㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

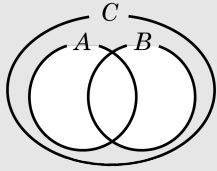


그림 2

- ㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$
이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$
또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$
이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$
㉠, ㉡ 으로부터 $A = B = C$
따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)
㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3] 에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

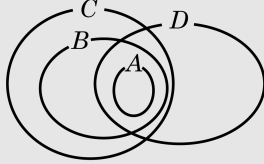


그림 3

21. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $2^5 = 32$ (개)
- ② $2^5 = 32$ (개)
- ③ $2^4 = 16$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^5 = 32$ (개)

22. 집합 $A = \{1, 2, \{2\}, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

진부분집합은 자기자신을 포함하지 않는 부분집합이다.
집합 A 의 원소개수가 4 개이다.
진부분집합의 개수 : $2^4 - 1 = 15$ (개)

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 중 8을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?
- ① {3}

② {6, 8}

③ {2, 4, 8}

④ {2, 4, 6}

⑤ {2, 4, 6, 10}

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$
원소 8을 제외한 {2, 4, 6}의 부분집합을 먼저 구하면
 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}, \{2, 6\}, \{2, 4, 6\}$ 이고, 이것이 8을 포함하지 않는 집합 A의 부분집합이다.

24. 집합 {2, 4, 6, 8, 10} 에서 원소 2 을 포함하고 10 을 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$2^{(2, 10\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

25. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 32 개

해설

집합 X 는 원소 1, 3, 5, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 B 의 부분 집합이므로

개수는 $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)

27. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

28. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

- ㉠

$\{3, 1\}$
- ㉡

$\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$
- ㉢

$\{0, 1, 3\}$
- ㉣

$\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

29. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = A$ ③ $(A \cap B)^c = A^c$
④ $B^c \subset A^c$ ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
따라서, $A \cup B = B$

30. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.