

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임

② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임

③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임

④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임

⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

3. 집합 $M = \{a + bi \mid a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 + z_2 \in M$

㉡ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 z_2 \in M$

㉢ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $\frac{z_1}{z_2} \in M$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$z_1 = a + bi \in M, z_2 = c + di \in M$ 이라 하자.

㉠ $z_1 + z_2 = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (a + c)^2 + (b + d)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 \\ &= 2 + 2(ac + bd) \end{aligned}$$

이므로 $2 + 2(ac + bd) \neq 1$ 일수 있으므로 $z_1 + z_2 \in M$ 이라 할 수 없다.

㉡ $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di)$

$$= ac + adi + bci - bd$$

$$= (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\begin{aligned} & (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 \\ &= a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2 \\ &= a^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2 + b^2c^2 \\ &= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) = a^2 + b^2 = 1 \quad (\because c^2 + d^2 = 1) \end{aligned}$$

$$\therefore z_1 \cdot z_2 \in M$$

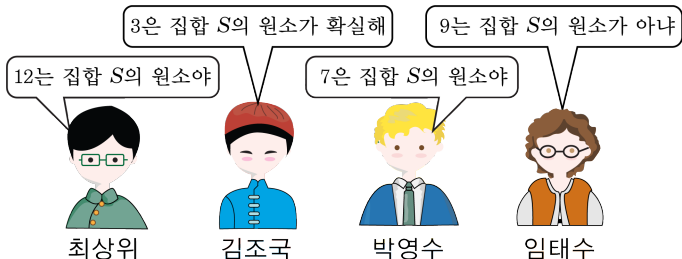
$$\begin{aligned} \text{㉢ } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a + bi}{c + di} \\ &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} \\ &= \frac{ac - adi + bci + bd}{c^2 + d^2} \end{aligned}$$

$$= (ac + bd) + (bc - ad)i$$

$$(\because c^2 + d^2 = 1) \text{에서}$$

$$\begin{aligned} & (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2 \\ &= a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2d^2 \\ &= a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 = (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2 \\ &= c^2 + d^2 = 1 \\ &\therefore \frac{z_1}{z_2} \in M \end{aligned}$$

4. 10이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.

$$\therefore S = \{3, 6, 9\}$$

최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.

김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.

박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.

임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

5. 4의 배수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $8 \in A$

④ $10 \in A$

⑤ $12 \notin A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{4, 8, 12, \dots\}$ 이다.
따라서 $8 \in A$

6. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ $\{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ㉡ $\{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 } 2\text{의 배수}\}$
- ㉢ $\{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$
- ㉣ $\{x|x\text{는 } 18\text{의 약수}\}$
- ㉤ $\{x|x\text{는 } 36\text{의 배수}\}$

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2의 배수)라는 점이고

(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18의 약수라는 점이다.

7. 집합 $A = \{2a - b \mid 3a + 2b \leq 10, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 와 서로 같은 것은?

- ① $\{x \mid -1 < x < 3, x \text{는 정수}\}$ ② $\{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$
③ $\{x \mid 1 < x < 5, x \text{는 자연수}\}$ ④ $\{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \text{는 자연수}\}$
⑤ $\{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \text{는 자연수}\}$

해설

$3a + 2b \leq 10$ 을 만족하는 자연수 a, b 의 순서쌍은 $(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2)$ 이므로, $2a - b = \{1, 0, -1, 3, 2\}$

$\therefore A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$

8. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면?

① $\{\emptyset\}$

② $\{0\}$

③ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 3 \text{ 미만의 홀수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 4 \text{보다 크고 } 6 \text{보다 작은 짝수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

⑤ 4보다 크고 6보다 작은 짝수는 없으므로 공집합

9. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100\text{보다 작은 } 11\text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 24 \text{를 만족하는 짝수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A) + n(C)$
는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore n(A) = 5$$

$$B = \{11, 22, 33, \dots, 99\} \therefore n(B) = 9$$

$$C = \{2\} \therefore n(C) = 1$$

$$\therefore n(B) - n(A) + n(C) = 9 - 5 + 1 = 5$$

10. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $n(A) < n(B)$

③ $6 \notin B$

④ $B = \{1, 3, 9\}$

⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

② $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

11. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

12. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9 개이다.

13. 집합 $A = \{1, 3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 16개

⑤ 32개

해설

원소의 개수가 3 개 이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개) 이다.

14. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은?

① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$

③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsubset\}$

해설

② 포함관계가 없다.

③ $A \subset B$

④ 포함관계가 없다.

⑤ $A \subset B$

15. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$

㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

㉢ $1 \in \{1, 2\}$

㉤ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$

㉥ $\{a\} \subset \{a, b\}$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

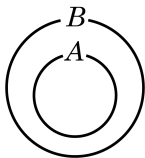
④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥ 모두 옳다.

16. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 6의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 3, 6
이므로 4개이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면, $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이다.

④ $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 4\} \subset B$

⑤ $\{4, 5\} \subset \{5, 4\}$

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

18. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1, 2\} \subset A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$

④ $A \subset A$

⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

19. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$

② $\{\emptyset\}$

③ $\emptyset$

④ $\{0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

20. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)

㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

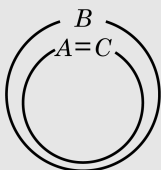


그림 1

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

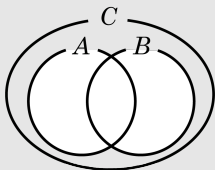


그림 2

㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$

이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$

또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$

이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡으로부터 $A = B = C$

따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)

㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

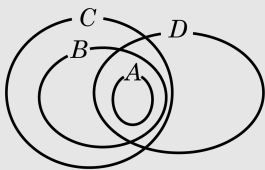


그림 3

21. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$

④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

① $2^5 = 32$ (개)

② $2^5 = 32$ (개)

③ $2^4 = 16$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ $2^5 = 32$ (개)

22. 집합 $A = \{1, 2, \{2\}, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

진부분집합은 자기자신을 포함하지 않는 부분집합이다.

집합 A 의 원소개수가 4 개이다.

진부분집합의 개수 : $2^4 - 1 = 15$ (개)

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 중 8 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\{3\}$

② $\{6, 8\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{2, 4, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

원소 8 을 제외한 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}, \{2, 6\}, \{2, 4, 6\}$ 이고, 이것이 8 을 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이다.

24. 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에서 원소 2 을 포함하고 10 을 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$2^{(2, 10\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$$

25. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

집합 X 는 원소 1, 3, 5, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 B 의 부분 집합이므로

개수는 $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)

26. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

27. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

28. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

㉠ $\{3, 1\}$

㉡ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$

㉢ $\{0, 1, 3\}$

㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

29. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $A \cup B = A$

② $A \cap B = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c$

④ $B^c \subset A^c$

⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$ 이다.

따라서, $A \cup B = B$

30. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.