

1. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{x|x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$

② $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$

③ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\right\}$

④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2000\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

① $\{7, 14, 21, 28, \dots\} \rightarrow$ 무한집합

② $\{1, 2\} \rightarrow$ 유한집합

③ 무한집합

④ 유한집합

⑤ $\{5, 10, 15, 20, 25\} \rightarrow$ 유한집합

2. 집합 $A = \{1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{2\} \in A$

해설

1, 2는 집합 A 의 원소이므로 $1 \in A$, $2 \in A$ 이고, 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset A$ 이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

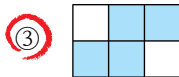
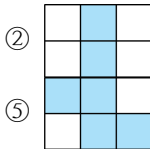
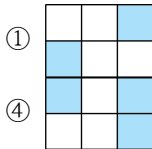
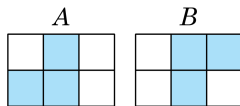
▷ 정답 : 7 개

해설

진부분집합은 부분집합 전체에서 자기자신을 제외한 것들이다.

$n(A) = 3$ 이므로 진부분집합의 개수 : $2^3 - 1 = 7$ (개)

4. 두 집합 A, B 가 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



해설



5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = n(A) + 20 - 7$$

$$\therefore n(A) = 17$$

6. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ 에 대하여, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A - B = \{1, 3, 10\}$$

$$n(A - B) = 3$$

7. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대해 다음 중 옳은 것은?

① $\{1\} \in A$

② $\{1, 2, \{1, 2\}\} \in A$

③ $\{1, 2, \{\emptyset\}\} \in A$

④ $\emptyset \in A$

⑤ $\{1, 2\} \subset A$

해설

집합 A 에 1, 2의 원소가 모두 있으므로 집합 $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

8. 집합 $A = \{2, x + 2\}$, $B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - y = 1$

해설

$A = \{2, x + 2\}$, $B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 이므로 $x + 2 = 4$, $2y = 2$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x - y = 2 - 1 = 1$$

9. 다음 규칙에 따라 전광판은 불이 들어온다고 한다. 불이 켜진 전광판이 나타내는 숫자를 구하여라.

[규칙]

불이 들어오는 자리는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하지 않는 부분집합이다.

{1, 4}	{3, 4}	{1, 2, 4}
{1, 3, 4}	{1, 4, 6}	{1, 2, 4, 5}
{1, 4, 5}	{1, 2, 3, 4}	{1, 3, 4, 5}
{2, 3, 4, 6}	{1, 2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5}

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고 6을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{1, 4\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다. 다음 그림과 같이 전광판에 나타나는 숫자는 4이다.

10. 두 집합 $A = \{0, 5, 6\}$, $B = \{x - 2, x + 4, 5\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

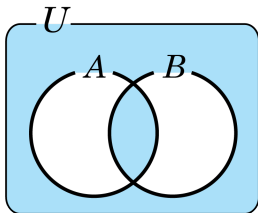
⑤ 5

해설

$$A = B \text{ 이므로 } x - 2 = 0, x + 4 = 6$$

$$\therefore x = 2$$

11. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A - B)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합이 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C^c$ 은?

① {2}

② {4}

③ {1, 2}

④ {2, 4}

⑤ {1, 2, 3}

해설

$(A \cap B) \cap C^c = (A \cap B) - C = \{2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{2\}$ 이다.

13. 공집합이 아닌 실수의 부분집합 A 가 $x \in A$ 이면 $2x \in A$ 를 만족한다. 이때, 집합 A 가 유한집합이 된다고 할 때, 집합 A 의 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x \in A$ 이면 $2x \in A$, $2x \in A$ 이면 $2 \cdot 2x = 4x \in A$, $\dots$ 등과 같이 모든 자연수 n 에 대해 $2^n \cdot x \in A$ 가 된다.

$x \neq 0$ 이라면, $x \neq 2x$ 가 되고,

$2^n \cdot x$ 는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합 A 는 무한집합이 된다. 그러므로 집합 A 가 유한집합이 되려면 $2^n \cdot x$ 가 모두 같은 원소 0이 되어야 한다.

$\therefore A = \{0\}$ 이므로 A 의 원소는 0이다.

14. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$

⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+2\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$
이므로 $\{4, 6\} \subset B$

(i) $a = 6$ 일 때, $B = \{6, 8, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 8, 11, 13\}$ (×)

(ii) $a + 2 = 6$ 일 때, $a = 4$ 이므로 $B = \{4, 6, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$

$\therefore a = 4$

16. 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 두 조건이 성립한다.

$$\textcircled{\neg} (A \cap B) \cup (A - B) = A \cup B$$

$$\textcircled{\sqsubset} (A \cup B) \cup (B - A) = U$$

이 때, 다음 중 반드시 참인 것은?

$$\textcircled{1} A = \emptyset$$

$$\textcircled{2} B = \emptyset$$

$$\textcircled{3} A = B$$

$$\textcircled{4} A = U$$

$$\textcircled{5} B = U$$

해설

$\textcircled{\neg}$ 의 좌변을 정리하면

$$(A \cap B) \cup (A - B) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$$

$$= A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A$$

$$\therefore A = A \cup B \cdots \textcircled{\cancel{7}}$$

$\textcircled{\sqsubset}$ 에서 $B - A \subset A \cup B$ 이므로 좌변을 정리하면 $A \cup B$ 이 된다.

$$\therefore A \cup B = U \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{\cancel{7}}$ 과 $\textcircled{4}$ 에 따라 $A = A \cup B = U$ 가 된다.

17. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때 $A_3 \cap (A_2 \cup A_4) = A_k$ 를 만족하는 k 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 12

해설

$$A_3 \cap (A_2 \cup A_4) = A_3 \cap A_2 = A_6$$

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \Delta \emptyset = A$

② $A \Delta U = A^c$

③ $\emptyset \Delta U = \emptyset$

④ $A \Delta A = \emptyset$

⑤ $A \Delta A^c = U$

해설

① $A \Delta \emptyset = A \cup \emptyset = A$

② $A \Delta U = \emptyset \cup A^c = A^c$

③ $\emptyset \Delta U = \emptyset \cup U = U$

④ $A \Delta A = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \Delta A^c = A \cup A^c = U$

19. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

㉠ $A \cup B = A$

㉡ $A \cap B = A$

㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

㉣ $n(A) = n(A \cap B)$

㉤ $n(A - B) = n(B - A)$

㉥ $n(A) - n(B) = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$

㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

20. 정수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a+k, b+k, c+k, d+k\}$ 에 대하여, $A \cap B = \{2, 5\}$ 이고, A 에 속하는 모든 원소의 합이 12, $A \cup B$ 에 속하는 모든 원소의 합이 33일 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

A 에 속하는 원소들의 합을 $S(A)$ 라 하면,

$$S(A \cup B) = S(A) + S(B) - S(A \cap B),$$

$$33 = 12 + S(B) - 7$$

$$\therefore S(B) = 28$$

$$= a + b + c + d + 4k$$

$$= 12 + 4k$$

$$\therefore 4k = 16$$

$$\therefore k = 4$$