

1. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

2. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 ‘ $\sim p$ 또는 q ’의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

- ① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$
- ② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ③ $-1 < x \leq 3$
- ④ $0 < x \leq 2$
- ⑤ x 는 모든 실수

해설

$\sim(\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데
 $\sim q : x \leq 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$ 이고 $(x \leq 0$ 또는 $x > 2)$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3$ 이고 $x \leq 0)$ 또는 $(-1 < x \leq 3$ 이고 $x > 2)$
 $\leftrightarrow -1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

3. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 에 대하여 세 조건 $p: x$ 는 48의 약수, $q: 0 < x < 30$, $r: x^2 - 10x + 24 = 0$ 일 때, ‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합에 속하지 않는 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 24

해설

조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하면
 $P = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$
 $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 28\}$
 $R = \{4, 6\}$
‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합은 $P \cap Q \cap R^c$ 이므로
 $P \cap Q \cap R^c = \{2, 8, 12, 16, 24\}$

4. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 다음 중 ' $\sim p$ 이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓임을 보이는 원소가 속하는 집합은?

① $P \cap Q^c$

② $P \cup Q^c$

③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$

⑤ $P^c \cap Q^c$

해설

' $\sim p$ 이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓이므로 대우명제 ' q 이면 p 이다.'도 거짓이다. 즉 $Q \subset P$ 가 거짓이므로 $Q - P \neq \emptyset$ 임을 보이면 된다. 따라서 $Q \cap P^c$ 에 속하는 원소이다.

5. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

6. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

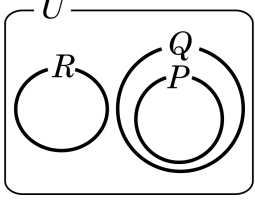
④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

7. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, 이들 사이의 포함 관계는 다음 그림과 같다. 다음 명제 중 거짓인 것은?



- ① $r \rightarrow \sim q$ ② $r \rightarrow \sim p$ ③ $p \rightarrow \sim r$
 ④ $\sim q \rightarrow \sim p$ ⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

명제의 참, 거짓은 각각의 조건을 만족하는 집합의 포함 관계로 판별할 수 있다.

① $R \subset Q^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim q$ 는 참이다.

② $R \subset P^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim p$ 는 참이다.

③ $P \subset R^c$ 이므로 $p \rightarrow \sim r$ 는 참이다.

④ $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참이다.

⑤ $P \not\subset Q^c$ 이므로 $p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

8. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

9. 아래의 두 조건에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례들의 집합을 구하면?

「 $p : x$ 는 18의 약수, $q : x$ 는 12의 약수」

- ① {1, 2, 3, 6}
- ② {6, 12, 9, 8}
- ③ {9, 18}
- ④ {12, 18}
- ⑤ {6, 9, 18}

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면, $P = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 반례들의 집합은 $P - Q = \{9, 18\}$

10. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$
$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$
 $P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$
따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \cdots \textcircled{1}$ 또는 $2 - a \geq 1 \cdots \textcircled{2}$,
즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$
그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$

$\textcircled{1} :$

$\textcircled{2} :$

$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$
 $\therefore \alpha + \beta = 1$