1. -64의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4,\ 2+2\sqrt{3}i,\ 2-2\sqrt{3}i$

해설

-64의 세제곱근은 $x^3=-64$를 만족하는 x의 값이므로
$x^3+64=0$에서
$(x+4)(x^2-4x+16)=0$
$\therefore\ x+4=0$ 또는 $x^2-4x+16=0$
$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=2+2\sqrt{3}i$ 또는 $x=2-2\sqrt{3}i$
따라서 -64의 세제곱근은
$-4,\ 2+2\sqrt{3}i,\ 2-2\sqrt{3}i$

2. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ $\sqrt[5]{128}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

3. $\log_{(x+2)} 3$의 값이 존재하기 위한 x의 범위는?

① $x < 1$

② $x > -1$

③ $-2 < x < -1,\ x > -1$

④ $-2 < x < 1$

⑤ $-2 < x < -1, x > 1$

해설

$x + 2 \neq 1,\ x + 2 > 0$으로부터 $-2 < x < -1,\ x > -1$

4. 등식 $\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} = 27$을 만족하는 양수 a의 값은?

① 3 ② 3^2 ③ 3^3 ④ 3^6 ⑤ 3^9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} &= \left\{a(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}} \\ &= (a \cdot a^{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} \\ &= (a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

$a^{\frac{1}{3}} = 3^3$이므로 $(a^{\frac{1}{3}})^3 = (3^3)^3$

$\therefore a = 3^9$

5. $\frac{1}{2}\log_2 3 + 5\log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\frac{1}{2}\log_2 3 + 5\log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6}$$
$$= \log_2 \sqrt{3} + \log_2 4\sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6}$$
$$= \log_2 \frac{\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$
$$= \log_2 4$$
$$= 2$$

6. $x = \dfrac{\log_a(\log_a b)}{\log_a b}$ 일 때, 다음 중 b^x과 같은 것은?

① a ② b ③ a^b ④ b^2 ⑤ $\log_a b$

해설

주어진 식을 밑 변환의 공식에 의해 변형하면

$$x = \frac{\dfrac{\log_b(\log_a b)}{\log_b a}}{\dfrac{\log_b b}{\log_b a}} = \log_b(\log_a b)$$

로그의 정의에 의해 $b^x = \log_a b$

7. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 12

해설

$\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64}$

$= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12$

8. 1이 아닌 양수 p와 세 양수 x, y, z에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$가 성립할 때, xyz의 값은?

① $\dfrac{1}{p^3}$　② $\dfrac{1}{2p}$　③ $\dfrac{1}{2}$　④ $2p$　⑤ p^2

해설

$\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z$

$= \log_p x + \dfrac{2}{2}\log_p y + \dfrac{3}{3}\log_p z$

$= \log_p xyz = -3$

$\therefore xyz = p^{-3} = \dfrac{1}{p^3}$

9. $\log_2 14$의 소수부분을 $a(0 \leq a < 1)$이라 할 때, 2^{a+2}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$

$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$

$2 < \log_2 n < 3$

정수 부분 : $1 + 2 = 3$

소수 부분 : $\log_2 14 - 3 = \log_2 \dfrac{14}{8} = a$

$a + 2 = a + \log_2 4$

$= \log_2 \dfrac{14}{8} \cdot 4 = \log_2 \frac{14}{2} = \log_2 7$

$2^{a+2} = 2^{\log_2 7} = 7$

10. $\log_2 3 = a$, $\log_3 7 = b$일 때, $\log_{36} 42$를 a, b로 나타내면?

① $\dfrac{1+a+ab}{1+a}$ ② $\dfrac{1+a+2ab}{1+a}$ ③ $\dfrac{1+2a+ab}{2+a}$

④ $\dfrac{1+a+ab}{2(1+a)}$ ⑤ $\dfrac{2+a+2ab}{2(1+a)}$

해설

로그의 밑을 3으로 통일시키면

$$\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a},\quad \log_3 7 = b$$

$$\log_{36} 42 = \frac{\log_3 42}{\log_3 36} = \frac{\log_3(2\times 3\times 7)}{\log_3(2^2\times 3^2)}$$

$$= \frac{\log_3 2 + 1 + \log_3 7}{2\log_3 2 + 2}$$

$$\frac{\frac{1}{a}+1+b}{2\cdot\frac{1}{a}+2} = \frac{1+a+ab}{2(1+a)}$$